5. Teszt
11. osztályos algebra

1. Ha $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \in S_5$ és $A = \left\{ \sigma^n \middle| n \in N^* \right\}$, akkor az A halmaz elemeinek a száma egyenlő:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

2. Ha $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \ldots & 1006 & 1007 & 1008 & 1009 & \ldots & 2012 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & \ldots & 2012 & 1 & 3 & 5 & \ldots & 2011 \end{pmatrix}$, akkor a permutáció inverzióinak a száma egyenlő:

(A) $\frac{1006 \cdot 1007}{2}$ (B) $\frac{2011 \cdot 2012}{2}$ (C) $\frac{2010 \cdot 2011}{2}$ (D) $\frac{1007 \cdot 1008}{2}$ (E) más válasz

3. Ha $A, B \in M_2(R)$ és $[A,B] = AB - BA$, akkor az $S = \left[A,[B,C]\right] + \left[B,[C,A]\right] + \left[C,[A,B]\right]$ összeg értéke egyenlő:

(A) ABC (B) O_2 (C) I_2 (D) BCA (E) CAB

4. Ha $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & 3y \\ y & x \end{pmatrix} \middle| x, y \in Z \right\}$ és $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ akkor $A^n \in M$ csak akkor igaz, ha:

(A) n=1 (B) egyetlen n értékre (C) két n értékre (D) $\forall n \in N$ (E) $n \in \varnothing$

5. Ha $a, b \in R$ és $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in M_2(R)$, az $A^n = I_3$ akkor és csakis akkor igaz, ha:

(A) n=0 (B) nincs ilyen $n \in N^*$ (C) ha $n \vdots 4$ (D) n=0 és n=3 (E) $\forall n \in N$

6. Ha $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \in M_2(R)$ és $G = \left\{ X(a) = I_2 + aA \middle| a \in R \setminus \{-1\} \right\}$, akkor minden $a, b \in R \setminus \{-1\}$ esetén az $X(a)X(b)$ szorzat egyenlő:

(A) X(a+b) (B) X(ab) (C) X(ab+ab) (D) X(ab(a+b)) (E) más válasz

7. Ha $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_2(R)$ és $X \in M_2(R)$ úgy, hogy $AX = XA$, akkor létezik olyan $a, b \in R$ amelyre X egyenlő:

(A) $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} -a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ (E) $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$

8. Ha $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \in M_2(R)$ és $B = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \in M_2(R)$ akkor *AB*= *BA* csakis akkor, ha:

(A) x=0, y=0 (B) x= 5, y= 5 (C) $x, y \in \varnothing$ (D) $x = 5, y \in R$ (E) $x \in R, y = 5$

9. Ha $M = \left\{ M_{a,b} \middle| M_{a,b} = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ és } a, b \in R \right\} \subset M_3(R)$, akkor a *P*= $M_{a,b} \cdot M_{c,d}$ szorzat egyenlő:

(A) $M_{a+c,b+d}$ (B) $M_{a-c,b-d}$ (C) $M_{ac,bd}$ (D) $M_{a+b,c+d}$ (E) $M_{a+d,b+c}$

10. Ha $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_2(R)$ és $n \in N \setminus \{0,1,2\}$, akkor a $B = A^n - A^{n-2}$ mátrix egyenlő:

(A) $A + I_3$ (B) $A - I_3$ (C) $A^2 + I_3$ (D) $A^2 - I_3$ (E) I_3

11. Ha $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in M_2(R)$ és $n \in N^*$, akkor:

(A) $A^n = (a^2 + bc) I_2$ (B) $A^n = (a^2 + bc)^n I_2$ (C) $A^{2n} = (a^2 + bc)^n I_2$

(D) $A^{2n+1} = (a^2 + bc)^n I_2$ (E) $A^{2n} = (a^2 + bc) A$

12. Ha $A=\begin{pmatrix}\cos\frac{\pi}{n} & -\sin\frac{\pi}{n}\\ \sin\frac{\pi}{n} & \cos\frac{\pi}{n}\end{pmatrix}$ és $n\in N^*\setminus\{-1\}$, akkor az $M=\{A^k \mid k\in N^*\}$ halmaz elemeinek a száma:

(A) 1 (B) 2 (C) 2n (D) n (E) végtelen

13. Ha $\Delta=\begin{vmatrix}1 & a & a+b\\ 1 & a^2 & a^2+b^2\\ 1 & a^3 & a^3+b^3\end{vmatrix}$ akkor a különböző $a\in R$ értékek száma amelyre $\Delta=0$, egyenlő:

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

14. Ha $a,b,c\in R$, $a+b+c\neq 0$ és $\Delta(a,b,c)=\begin{vmatrix}a & b & c\\ c & a & b\\ b & c & a\end{vmatrix}$, akkor az $(a+b+c)\,\Delta(a,b,c)$ értéke:

(A) mindig pozitív (B) mindig negatív (C) pozitív vagy nulla
(D) negatív vagy nulla (E) mindig nulla

15. Ha $a,b\in R$ és $\Delta=\begin{vmatrix}a^2 & ab & b^2\\ b^2 & a^2 & ab\\ ab & b^2 & a^2\end{vmatrix}$, akkor minden esetben:

(A) $\Delta>0$ (B) $\Delta\geq 0$ (C) $\Delta<0$ (D) $\Delta\leq 0$ (E) $\Delta=0$

16. Az $U(a,b)=\begin{pmatrix}a & b & b & b\\ b & a & b & b\\ b & b & a & b\\ b & b & b & a\end{pmatrix}$ mátrix akkor és csakis akkor szinguláris, ha:

(A) $a=b$ (B) $a\neq -3b$ (C) $(a-b)(3b+a)=0$ (D) $a+3b=0$ (E) más válasz

17. Ha $m\in R$, az $\begin{cases}x+2y=1\\ 6x-8y=1\\ 5x+2y=m\end{cases}$ egyenletrendszer akkor és csakis akkor kompatibilis, ha:

(A) m= 0 (B) = 1 (C) m= 2 (D) m= 3 (E) m= 4

18. Az $\begin{cases}x+2y-z=8\\ 2x-y-z=6\\ ax+2y+z=4\end{cases}$ egyenletrendszer akkor és csakis akkor inkompatibilis, ha:

(A) a= 1 (B) a= 0 (C) a= -1 (D) $a\in R\setminus\{-1\}$ (E) $a\in\{1,2\}$

19. Az $m\in R$ értéke amelyre az $\begin{cases}mx+y+z=1\\ x+2my+z=1\\ x+y+z=0\end{cases}$ egyenletrendszer kompatibilis és $x+y\geq z$, egyenlő:

(A) $(-\infty,1]$ (B) $[-1,+\infty)$ (C) $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right]\cup(1,+\infty)$ (D) (0,1) (E) (-1,1)

20. Ha S_m az $\begin{cases}x-y+z=1\\ x+y+z=3\\ mx+y+z=3m\end{cases}$ és $m\in R$ egyenletrendszer megoldásainak a halmaza, akkor a $\min\{x^2+y^2+z^2 \mid (x,y,z)\in S_1\}$ értéke egyenlő:

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4