7. Teszt
12. osztályos algebra

1. Ha $x*y=x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2},\ \forall x,y\in[-1,1]$, akkor az $a=\frac{\sqrt{3}}{2}*\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}*\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ értéke:

(A) irracionális szám (B) 1 (C) nem egész szám (D $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) $\frac{1}{2}$

2. Ha $x\circ y=x+y+\sqrt{5},\ \forall x,y\in R$ és $a=\sqrt{5}\circ\left(-2\sqrt{5}\right)\circ\left(3\sqrt{5}\right)\circ\left(-4\sqrt{5}\right)\circ\ldots\circ\left(-20\sqrt{5}\right)$, akkor:

(A) $20<a<21$ (B) $19<a<20$ (C) $18<a<19$ (D) $21<a<22$ (E) $22<a<23$

3. Ha $x*y=xy+x+y,\ \forall x,y\in(-1,1)$, akkor az $1*\frac{1}{2}*\frac{1}{3}*\ldots*\frac{1}{2012}$ értéke egyenlő:

(A) 2010 (B) 2011 (C) 2012 (D) 2013 (E) más válasz

4. Ha $x*y=(2x-1)(2y-1)+\frac{1}{2},\ \forall x,y\in R$, akkor az $a=\underbrace{x*x*x*\ldots*x}_{2012-szer}$ értéke egyenlő:

(A) $2^{2010}(2x-1)^{2012}+\frac{1}{2}$ (B) $2^{2011}(2x-1)^{2012}+\frac{1}{2}$ (C) $2^{2012}(2x-1)^{2010}+\frac{1}{2}$

(D) $2^{2012}(2x-1)^{2011}+\frac{1}{2}$ (E) más válasz

5. Ha $x*y=\frac{x-y}{1-xy},\ \forall x,y\in(-1,1)$, akkor a „$*$” művelet semleges eleme:

(A) e= 0 (B) nem létezik (C) e= 1 (D) e= -1 (E) e= $\frac{1}{2}$

6. Ha $M=[5,7],\ *:M\times M\to M\ és\ x*y=xy-6x-6y+\alpha$, akkor az $\alpha\in R$ értéke amelyre a „$*$” művelet belső művelet:

(A) $\alpha=42$ (B) $\alpha=36$ (C) $\alpha=-36$ (D) $\alpha=6$ (E) $\alpha=-6$

7. Ha $x*y=xy-2x-2y+\lambda,\ \forall x,y\in R$, a „$*$” művelet akkor és csakis akkor asszociatív, ha:

(A) $\lambda=1$ (B) $\lambda=2$ (C) $\lambda=-1$ (D) $\lambda=-3$ (E) $\lambda=6$

8. Ha $x*y=xy-2x-2y+\lambda,\ \forall x,y\in R$, az $M=(2,\infty)$ halmaz akkor és csakis akkor stabil részhalmaza az *R*-nek a „$*$” műveletre nézve, ha:

(A) $\lambda=2$ (B) $\lambda=3$ (C) $\lambda<3$ (D) $\lambda\geq 6$ (E) $\lambda=5$

9. Ha $x*y=xy-2x-2y+\lambda,\ \forall x,y\in R$, a „$*$” műveletnek akkor és csakis akkor van semleges eleme, ha:

(A) $\lambda=4$ (B) $\lambda=6$ (C) $\lambda=-6$ (D) $\lambda=2$ (E) $\lambda=-3$

10. Ha $x*y=xy-ax+by,\ \forall x,y\in R$, akkor azon $a,b\in R$ számok értéke amelyekre $(R,*)$ monoid, egyenlő:

(A) $a=b\neq 0$ (B) $a=0,b=1$ (C) $a=b=0$ vagy $a=b=-1$

(D) $a=-1,b=0$ (E) nincsenek ilyen számok

11. Ha $x*y=\sqrt[n]{x^n+y^n},\ \forall x,y\in R$, az $(R,*)$ akkor és csakis akkor csoport, ha:

(A) n= 1 (B) n= 3 (C) n= 2k, $k\in N^*$ (D) n= 2k+1, $k\in N^*$ (E) $n\geq 2$

12. Ha $x*y=xy+x-2,\ x\circ y=x+y-5\ \forall x,y\in R$ és $f:(R,*)\to(R,\circ),\ f(x)=ax+1$ izomorfizmus az $(R,*)$ és $(R,\circ)$ csoportok között, ha:

(A) a= 0 (B) a= 1 (C) a= 2 (D) a= 3 (E) a= 4

13. A $\begin{cases}\hat{3}x+\hat{2}y=\hat{4}\\ \hat{2}x+\hat{3}y=\hat{1}\end{cases}$ egyenletrendszer $(x,y)\in Z_5\times Z_5$ megoldásainak a száma egyenlő:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

14. A $(Z_5,+,\cdot)$ testben tekintsük az $f = X^3 + aX + \hat{3} \in Z_5[X]$ polinomot, ahol $a \in Z_5$. Az *a* azon értéke amelyre a polinomnak van két különböző gyöke, egyenlő:

(A) $\hat{0}$ (B) $\hat{1}$ (C) $\hat{2}$ (D) $\hat{3}$ (E) $\hat{4}$

15. Az X^{99} tag együtthatója az $(X-1)(X-2)(X-3)...(X-99)(X-100)$ polinom kifejtésében egyenlő:

(A) – 4950 (B) – 5050 (C) 99 (D) – 100 (E) 3450

16. Az $f = \left(X^2 + X - 1\right)^n - X$ polinom akkor és csakis akkor osztható az $X^2 - 1$ polinommal, ha:

(A) $n = 2k,\ k \in N^*$ (B) $n = 3k,\ k \in N^*$ (C) $n = 2k-1,\ k \in N^*$

(D) $n = 3k+1,\ k \in N^*$ (E) $n = 3k+2,\ k \in N^*$

17. Az $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$ egyenletnek a gyökei akkor és csakis akkor vannak számtani haladványban, ha:

(A) $a = 0$ (B) $a \in \{0,1\}$ (C) $a \in \{-1,1\}$ (D) $a \in \{0,-1\}$ (E) $a \in \{-1,0,1\}$

18. Az $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$ egyenletnek akkor és csakis akkor van kétszeres racionális gyöke, ha:

(A) $a = 0$ (B) $a \in \{0,1\}$ (C) $a \in \{-1,1\}$ (D) $a \in \{0,-1\}$ (E) nincs ilyen *a* érték

19. Az $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$ egyenletnek mindhárom gyöke akkor és csakis akkor természetes szám, ha:

(A) $a = 0$ (B) $a \in \{0,1\}$ (C) $a \in \{-1,1\}$ (D) $a = 3$ (E) más válasz

20. Ha x_1, x_2, x_3 az $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$ egyenlet gyökei, akkor a $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$ determináns értéke egyenlő:

(A) 6 (B) 4 (C) 2 (D) 0 (E) -6