

8. Teszt
12. osztályos analízis

1. Ha $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény egy primitív függvénye, akkor $f(0)$ egyenlő:

- (A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) $\sqrt{2}$ (E) $-\frac{2}{3}$

2. Ha $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ függvény egy primitív függvénye és $F(3) = 10$, akkor az $F(-3)$ egyenlő:

- (A) 9 (B) 10 (C) 3 (D) -8 (E) 4

3. Az $f : (-\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$ függvénynek egy primitív függvénye:

- (A) $\ln x$ (B) $-\ln x$ (C) $\ln(1-x)$ (D) $\ln(-2x)$ (E) $\ln \frac{3}{x}$

4. Az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{ha } x \neq 0 \\ a & \text{ha } x = 0 \end{cases}$ függvény akkor és csak akkor primitíválható, ha:

- (A) $a = 0$ (B) $a = 1$ (C) $a = -1$ (D) $a > 0$ (E) $a < 0$

5. Ha $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ és $f(0) = 2$, $f'(x) = 2f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$, akkor az $f(\ln 2)$ értéke egyenlő:

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 16 (E) 32

6. Az $I = \int \frac{dx}{x^4 + 3x^2 + 2}$ integrál egy primitív függvénye:

- (A) $-\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}$ (B) $\operatorname{arctg} x$ (C) $\operatorname{arctg} x - \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}$

- (D) $\operatorname{arctg} x + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}$ (E) más válasz

7. Ha $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg} x^2$, akkor az $I = \int_0^1 f'(x) dx$ értéke egyenlő:

- (A) 1 (B) π (C) 2π (D) $\frac{\pi}{4}$ (E) $\frac{\pi}{6}$

8. Ha $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x (e^{t^2} + t) dt$, akkor az $F'(1)$ értéke egyenlő:

- (A) $e - 1$ (B) $e + 1$ (C) e (D) $\frac{e}{2}$ (E) $\frac{e}{3}$

9. Az $I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin^2 x + 1} dx$ integrál értéke egyenlő:

- (A) 1 (B) π (C) -2 (D) 0 (E) 2π

10. A $J = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin x}{\cos^2 x + 1} dx$ integrál értéke egyenlő:

- (A) 1 (B) π (C) -2 (D) 0 (E) 2π

11. Az $I = \int_0^1 \frac{x(2x^2 + 1)}{x^4 + x^2 + 1} dx$ integrál értéke egyenlő:

- (A) $\frac{1}{3} \ln 2$ (B) $\frac{1}{3} \ln 3$ (C) $\frac{1}{2} \ln 3$ (D) $\frac{1}{2} \ln 2$ (E) más érték

12. Az $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \ln \frac{1-x}{1+x} dx$ integrál értéke egyenlő:

- (A) -1 (B) 1 (C) 0 (D) 2 (E) $\frac{3}{2}$

13. Az $I = \int_{-1}^1 \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x^2 + 5} dx$ integrál értéke egyenlő:

- (A) $\ln 3$ (B) $\frac{2}{3} \ln 3$ (C) $2 \ln 3$ (D) 1 (E) -1

14. Az $I = \int_1^2 \frac{dx}{x^5 + x}$ integrál értéke egyenlő:

- (A) $\frac{1}{4} \ln \frac{32}{17}$ (B) $\frac{1}{3} \ln \frac{32}{17}$ (C) $\frac{1}{4} \ln \frac{17}{32}$ (D) $\frac{1}{3} \ln \frac{17}{32}$ (E) más érték

15. Az $I = \int_{-x}^x \frac{e^t \cos t}{1 + e^t} dt$ integrál értéke $\forall x \in \mathbb{R}$ esetén egyenlő:

- (A) $-\sin x$ (B) $\cos x$ (C) $-\cos x$ (D) $\sin x$ (E) $\operatorname{tg} x$

16. Ha $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x$ bijektív függvény, akkor az $I = \int_0^2 f^{-1}(t) dt$ integrál értéke egyenlő:

- (A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{5}{6}$ (E) $\frac{5}{4}$

17. A $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_1^x t \ln t dt}{x^2}$ határérték egyenlő:

- (A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) ∞ (E) $\frac{1}{2}$

18. Ha $[a]$ az $a \in \mathbb{R}$ egész részét jelöli, akkor a $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [nx] dx$ határérték egyenlő:

- (A) 1 (B) ∞ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$ (E) 2

19. Az $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ függvény szubgrafikonjának a területe egyenlő:

- (A) 1 (B) $\ln 2$ (C) $\ln 3 - \ln 2$ (d) π (E) $\frac{1}{2}$

20. Az $f: \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{\cos 2x}}{\sin x + \cos x}$ függvény grafikus képe az Ox tengely körüli forgatásával meghatározott test térfogata egyenlő:

- (A) $\frac{\pi}{2} \ln 2$ (B) $\frac{\pi}{3} \ln 3$ (C) $\frac{\pi}{2} \ln 3$ (D) $\frac{\pi}{3} \ln 2$ (E) más érték