

## FELADATOK

1. Fejtsük ki Newton binomiális képlete segítségével:

a)  $(2+y)^4$ ;      b)  $(1-x)^6$ ;      c)  $(\sqrt{2}+a)^5$ ;      d)  $(\sqrt{2a+b^2})^6$ ;  
 e)  $(\sqrt{2x}+\sqrt[3]{x})^5$ ;      f)  $(\frac{1}{3}a^2+\frac{3}{2}b\sqrt{a})^7$ ;      g)  $(\sqrt[3]{a}+\frac{1}{\sqrt[3]{a}})^8$ .

2. Határozzuk meg!

a) A  $(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt{x}})^{10}$  hatvány kifejtésének a hatodik tagját.  
 b) A  $(\sqrt{x}+\sqrt[3]{y})^{12}$  hatvány kifejtésének a középső tagját.  
 c) Az  $(x\cdot\sqrt[4]{x}+\frac{1}{\sqrt{x}})^{12}$  hatvány kifejtésének az utolsó tagját.  
 d) A  $(\sqrt[4]{x}+2\cdot\sqrt[3]{y})^9$  hatvány kifejtésének a két középső tagját.

3. Határozzuk meg!

a) Az  $(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt{x}})^{21}$  kifejtésnek azt a tagját, amely nem tartalmazza az  $x$ -et.  
 b) A  $(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}})^{13}$  kifejtésnek azt a tagját, amely tartalmazza az  $x^4$ -t.  
 c) Az  $(x\cdot\sqrt[4]{x}+\frac{1}{\sqrt{x}})^{12}$  kifejtésnek azt a tagját, amely tartalmazza az  $x^8$ -t.  
 d) Az  $(\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b}}}+\sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}})^{18}$  kifejtésnek azt a tagját, amelyben az  $a$  és  $b$  hatványkitevője egyenlő.

4. Határozzuk meg, hogy a következő hatványok kifejtésében hány racionális tag van!

a)  $(1+\sqrt[4]{2})^{60}$ ;      b)  $(1+\sqrt[3]{2})^{210}$ ;      c)  $(\sqrt{2}+\sqrt[4]{2})^{150}$ ;  
 d)  $(\sqrt{3}+\sqrt[3]{5})^{2005}$ ;      e)  $(\sqrt{3}+\sqrt[4]{2})^{180}$ ;      f)  $(3\sqrt[3]{3}+\sqrt[4]{5})^{2005}$ .

5. A következő hatványok kifejtése esetén melyik a legnagyobb, illetve a legkisebb tag?

a)  $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)^{90}$ ; b)  $\left(\frac{4}{5} + \frac{1}{5}\right)^{210}$ ; c)  $(\sqrt{2} + 1)^{100}$ ; d)  $\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{60}$ .

6. Vegyük az  $\left(a\sqrt{a} + \frac{2}{\sqrt[3]{a}}\right)^n$  hatvány kifejtett alakját.

a) Határozzuk meg az  $n$  értékét úgy, hogy az első három tag binomiális együtthatóinak az összege 92 legyen!

b) Ha  $n = 13$ , írjuk fel a kifejtésnek az  $a^3$ -t tartalmazó tagját.

7. Vegyük az  $\left(a\sqrt{a} + \frac{2}{a}\right)^n$  hatvány kifejtett alakját.

a) Határozzuk meg az  $n$  értékét, ha a harmadik tag együtthatója 180.

b) Ha  $n = 10$ , hány olyan tagja van a kifejtésnek, amelyben az  $a$  hatványkitevője természetes szám?

8. Vegyük az  $\left(x - \frac{1}{\sqrt{5x}}\right)^n$  hatvány kifejtett alakját.

a) Határozzuk meg az  $n$  értékét, ha a harmadik tag együtthatója 42.

b) Ha  $n = 21$ , határozzuk meg a kifejtés szabad tagját.

9. A  $\left(\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{b}} + \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[4]{a}}\right)^{42}$  hatvány kifejtett alakjában határozzuk meg azt a tagot, melyben az  $a$  és  $b$  hatványkitevői egyenlők!

10. Az  $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$  hatvány esetén határozzuk meg az  $n$  értékét ha tudjuk, hogy  $\sqrt{3^{n-3}} + \sqrt[4]{3^{n-3}} = 12$ , majd írjuk fel a hatvány kifejtésének azt a tagját, amely nem tartalmazza az  $x$ -et.

11. Adott a  $\left(2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$  hatvány kifejtett alakja.

a) Határozzuk meg az  $n$  értékét ha tudjuk, hogy az első három tag együtthatói számtani haladványban vannak.

b) Ha  $n = 8$ , határozzuk meg a kifejtésnek azt a tagját, amely tartalmazza az  $\frac{1}{x}$ -et.

12. Vegyük az  $\left(y^3\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt[3]{y}}\right)^n$  hatvány kifejtett alakját.

a) Határozzuk meg az  $n$  értékét ha tudjuk azt, hogy a harmadik, illetve az első tag binomiális együtthatóinak különbsége 78.

b) Az a) pontban kapott  $n$  értékre írjuk fel a kifejtésnek azt a tagját, amely tartalmazza az  $y^{10}$ -t.

13. Határozzuk meg az  $x$  értékét úgy, hogy az  $(1 + x^{2\lg x})^5$  hatvány kifejtésének harmadik tagja 100 000 legyen.