

**Examenul de bacalaureat național 2014**  
**Proba E. c) – 2 iulie 2014**  
**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Varianta 1**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățator-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. TÉTEL**

**(30 punct)**

- 5p** 1. Igazold, hogy  $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2\right) : \frac{19}{9} = 1$ .
- 5p** 2. Adottak az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2014 - x$  és  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x - 2014$  függvények. Határozd meg a két függvény grafikus képei metszéspontjának koordinátáit!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $9^{x^2+3x} = 9^{x-1}$  egyenletet!
- 5p** 4. Egy fényképezőgép ára 360 lej. Egy 25%-os árcsökkentés után mennyi lesz a fényképezőgép ára?
- 5p** 5. Az  $xOy$  koordinárendszerben adottak az  $A(-2,3)$  és  $B(2,3)$  pontok. Határozd meg az  $AB$  szakasz felezőpontjának koordinátáit!
- 5p** 6. Határozd meg az  $A$ -ban derékszögű  $ABC$  háromszög  $BC$  oldalának hosszát, ha  $AC = 6$  és  $\sin B = \frac{3}{5}$ .

**II. TÉTEL**

**(30 punct)**

A valós számok halmazán értelmezett az  $x * y = x + y + 11$  művelet.

- 5p** 1. Számítsd ki:  $8 * (-3)$ .
- 5p** 2. Igazold, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív!
- 5p** 3. Ellenőrizd, hogy az  $e = -11$  a „ $*$ ” művelet semleges eleme!
- 5p** 4. Határozd meg az  $x$  azon egész értékeit, amelyekre  $(x^2) * x = 121$ .
- 5p** 5. Igazold, hogy  $x * (x + 23) = (x * x) * 12$  bármely  $x$  valós szám esetén!
- 5p** 6. Oldd meg a valós számok halmazán a  $\lg x * \lg x = 13$  egyenletet!

**III. TÉTEL**

**(30 punct)**

Adott az  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrix, ahol  $a$  egy valós szám.

- 5p** 1. Számítsd ki a  $\det(A(0))$  értékét!
- 5p** 2. Határozd meg az  $a$  valós értékét, amelyre  $2A(a) + A(a-3) = 3A(0)$ .
- 5p** 3. Igazold, hogy  $A(1) + A(2) + \dots + A(9) = 9A(5)$ .
- 5p** 4. Igazold, hogy  $\det(A(a) + A(b)) = 4\det(A(a) \cdot A(b))$  bármely  $a$  és  $b$  valós szám esetén!
- 5p** 5. Ellenőrizd, hogy az  $A(-a)$  mátrix az  $A(a)$  mátrix inverze, bármely  $a$  valós szám esetén!
- 5p** 6. Határozd meg az  $X = \begin{pmatrix} p & 2 \\ q & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrixot, ha tudjuk, hogy  $X \cdot A(a) = A(a) \cdot X$  bármely  $a$  valós szám esetén!

**Examenul de bacalaureat național 2014**  
**Proba E. c) – 2 iulie 2014**  
**Matematică *M\_pedagogic***  
**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 1**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 = \frac{1}{9} + \frac{18}{9} = \frac{19}{9}$	3p
	$\frac{19}{9} : \frac{19}{9} = 1$	2p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2014 - x = x - 2014$	3p
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x = 2014$ și $y = 0$	2p
3.	$x^2 + 3x = x - 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$	3p
	$x = -1$	2p
4.	$\frac{25}{100} \cdot 360 = 90$	3p
	După reducere prețul aparatului de fotografiat este $360 - 90 = 270$ de lei	2p
5.	$M$ mijlocul segmentului $AB \Rightarrow x_M = \frac{-2+2}{2} = 0$	3p
	$y_M = 3$	2p
6.	$\frac{3}{5} = \frac{6}{BC}$	3p
	$BC = 10$	2p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$8 * (-3) = 8 - 3 + 11 =$	3p
	$= 16$	2p
2.	$(x * y) * z = (x + y + 11) * z = x + y + z + 22$	2p
	$x * (y * z) = x * (y + z + 11) = x + y + z + 22 = (x * y) * z$ pentru orice numere reale $x, y$ și $z$	3p
3.	$x * (-11) = x + (-11) + 11 = x$	3p
	$(-11) * x = -11 + x + 11 = x$ pentru orice număr real $x$	2p
4.	$(x^2) * x = 121 \Leftrightarrow x^2 + x - 110 = 0$	3p
	$x_1 = 10$ și $x_2 = -11$	2p
5.	$x * (x + 23) = x + (x + 23) + 11 = 2x + 34$	2p
	$(x * x) * 12 = (x + x + 11) + 12 + 11 = 2x + 34 = x * (x + 23)$ pentru orice număr real $x$	3p
6.	$\lg x + \lg x + 11 = 13$	2p
	$\lg x = 1 \Rightarrow x = 10$ care verifică ecuația	3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 =$	3p
	$= 1$	2p

2.	$2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & a-3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3a-3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ $3a-3=0 \Leftrightarrow a=1$	3p
3.	$A(1) + A(2) + \dots + A(9) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 9 & 1+2+\dots+9 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 45 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = 9 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 9A(5)$	2p 3p
4.	$A(a) + A(b) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & a+b \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) + A(b)) = 4$ $A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 1 & a+b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) \cdot A(b)) = 1 \Rightarrow \det(A(a) + A(b)) = 4 \det(A(a) \cdot A(b))$	2p 3p
5.	$A(a) \cdot A(-a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$ $A(-a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 1 & -a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2 \text{ pentru orice număr real } a$	3p 2p
6.	$\begin{pmatrix} p & 2 \\ q & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p & 2 \\ q & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} p & pa+2 \\ q & qa+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p+qa & 2+a \\ q & 1 \end{pmatrix} \text{ pentru orice număr real } a$ $p=1 \text{ și } q=0 \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	3p 2p