Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. FELADAT (30 pont)

5p **1.** Igazold, hogy $5\left(2+\sqrt{3}\right)-5\sqrt{3}=10$.

5p **2.** Határozd meg az a valós számot, ha tudjuk, hogy $f(1)=a$, ahol $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$.

5p **3.** Oldd meg valós számok halmazán a $\log_2(2x+1)=\log_2 5$ egyenletet!

5p **4.** Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából kiválasztva egy számot, az osztható 10-el?

5p **5.** Az xOy derékszögű koordináta rendszerben adottak az $A(2,5)$ és $B(3,5)$ pontok. Számítsd ki az A és B pontok közötti távolságot!

5p **6**. Igazold, hogy $\sin^2 30°+\cos^2 45°=\frac{3}{4}$.

II. FELADAT (30 pont)

1. Adottak az $A=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}$ és $C=\begin{pmatrix}3 & x\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x valós szám.

5p **a)** Igazold, hogy $\det A=0$

5p **b)** Határozd meg az x valós számot, ha tudjuk, hogy $B+C=A$!

5p **c)** Igazold, hogy $B\cdot B+B=O_2$, ahol $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$!

2. A valós számok halmazán értelmezett az $x\circ y=xy+4x+4y+12$ algebrai művelet.

5p **a)** Igazold, hogy $0\circ(-4)=-4$.

5p **b)** Igazold, hogy $x\circ y=(x+4)(y+4)-4$, bármely x és y valós számok esetén!

5p **c)** Oldd meg a valós számok halmazán az $x\circ x=12$ egyenletet!

III. FELADAT (30 pont)

1. Adott az $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x-\frac{1}{x}$ függvény.

5p **a)** Igazold, hogy $f'(x)=\frac{x+1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$!

5p **b)** Igazold, hogy $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\frac{3}{4}$.

5p **c)** Határozd meg az f függvény függvény grafikus képéhez az $x_0=1$ abszcisszájú pontjában húzott érintő egyenletét!

2. Adottak az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x$ és $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=e^x-\frac{x^2}{2}-1$ függvények.

5p **a)** Igazold, hogy $\int_0^1 e^x\,dx=e-1$.

5p **b)** Igazold, hogy az F függvény az f függvénynek egy primitív függvénye!

5p **c)** Számítsd ki $\int_0^1 F(x)\,dx$ értékét!

Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_tehnologic*
Barem de evaluare şi de notare

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$5\left(2+\sqrt{3}\right)=10+5\sqrt{3}$	**3p**
	$5\left(2+\sqrt{3}\right)-5\sqrt{3}=10+5\sqrt{3}-5\sqrt{3}=10$	**2p**
2.	$f(1)=a \Rightarrow 1+3=a$	**3p**
	$a=4$	**2p**
3.	$2x+1=5$	**3p**
	$x=2$ care verifică ecuaţia	**2p**
4.	Sunt 9 numere de două cifre care sunt divizibile cu 10, deci sunt 9 cazuri favorabile	**2p**
	Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{9}{90}=\dfrac{1}{10}$	**2p**
5.	$AB=\sqrt{(2-3)^2+(5-5)^2}$	**3p**
	$AB=1$	**2p**
6.	$\sin 30°=\dfrac{1}{2}$, $\cos 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	**2p**
	$\sin^2 30°+\cos^2 45°=\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{4}=\dfrac{3}{4}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=4\cdot 2-1\cdot 8=0$	**3p**
b)	$B+C=\begin{pmatrix}4 & 2+x\\ 1 & 2\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}4 & 2+x\\ 1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow x=6$	**2p**
c)	$B\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 1 & 2\end{pmatrix}$	**3p**
	$B\cdot B+B=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 1 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
2.a)	$0\circ(-4)=0\cdot(-4)+4\cdot 0+4\cdot(-4)+12=$	**3p**
	$=-16+12=-4$	**2p**
b)	$x\circ y=xy+4x+4y+16-4=$	**2p**
	$=x(y+4)+4(y+4)-4=(x+4)(y+4)-4$ pentru orice numere reale x şi y	**3p**

c)	$(x+4)^2-4=12$	**2p**
	$x^2+8x=0 \Rightarrow x_1=-8$ și $x_2=0$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{1}{x}-\left(-\frac{1}{x^2}\right)=$	**3p**
	$=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\frac{x+1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)=$	**3p**
	$=\frac{2+1}{2^2}=\frac{3}{4}$	**2p**
c)	$y-f(1)=f'(1)(x-1)$	**2p**
	$f(1)=-1$, $f'(1)=2$, deci ecuația tangentei este $y=2x-3$	**3p**
2.a)	$\int_0^1 e^x dx=e^x\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=e^1-e^0=e-1$	**2p**
b)	$F'(x)=\left(e^x-\frac{x^2}{2}-1\right)'=e^x-x=$	**3p**
	$=f(x)$ pentru orice număr real x, deci F este o primitivă a funcției f	**2p**
c)	$\int_0^1 F(x)dx=\int_0^1\left(e^x-\frac{x^2}{2}-1\right)dx=\int_0^1 e^x dx-\int_0^1\frac{x^2}{2}dx-\int_0^1 dx=$	**2p**
	$=e^x\Big\vert_0^1-\frac{x^3}{6}\Big\vert_0^1-x\Big\vert_0^1=e-1-\frac{1}{6}-1=e-\frac{13}{6}$	**3p**