

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p** 1. Ha $a = 3$, igazold, hogy $\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = \frac{5}{6}$.
- 5p** 2. Határozd meg az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 1$ függvények grafikus képei metszéspontjának abszcisszáját!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x^2 + 5} = 3$ egyenletet!
- 5p** 4. Egy nyomtató ára 120 lej. Határozd meg a nyomtató árát 10% -os drágítás után!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta rendszerben adottak a $A(2,2)$, $B(2,5)$ és $C(6,5)$ pontok. Számítsd ki az ABC háromszög területét!
- 5p** 6. Számítsd ki $\cos A$ értékét, ha tudjuk, hogy $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ és az A szög hegyesszög!

II. FELADAT

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol b valós szám.
- 5p** a) Igazold, hogy $\det A = -2$.
- 5p** b) Határozd meg azt a b valós számot, amelyre $A + B = AB + C$!
- 5p** c) Igazold, hogy $\det(B + 2C) = \det B - \det A$ bármely b valós szám esetén!
2. Adott az $f = X^3 - 4X^2 + X + 2$ polinom.
- 5p** a) Igazold, hogy $f(1) = 0$.
- 5p** b) Határozd meg az f polinomnak $X - 1$ polinommal való osztási hányadosát és maradékát!
- 5p** c) Igazold, hogy $(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = -2$, ahol x_1, x_2 és x_3 az f polinom gyökei.

III. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - \ln x$ függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$.
- 5p** b) Igazold, hogy $f'(x) = 2x - \frac{1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** c) Igazold, hogy az f függvény konvex a $(0, +\infty)$ intervallumon!
2. Adott az $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$.
- 5p** b) Számítsd ki az f függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x=0$ és $x=1$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét!
- 5p** c) Igazold, hogy az f függvény bármely primitív függvénye növekvő a $(-1, +\infty)$ intervallumon!