

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică M\_tehnologic**

**Varianta 7**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. FELADAT**

**(30 punct)**

- 5p** 1. Ha  $a = 3$ , igazold, hogy  $\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = \frac{5}{6}$ .
- 5p** 2. Határozd meg az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 3$  és  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x + 1$  függvények grafikus képei metszéspontjának abszcisszáját!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $\sqrt{x^2 + 5} = 3$  egyenletet!
- 5p** 4. Egy nyomtató ára 120 lej. Határozd meg a nyomtató árát 10% -os drágítás után!
- 5p** 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta rendszerben adottak a  $A(2,2)$ ,  $B(2,5)$  és  $C(6,5)$  pontok. Számítsd ki az  $ABC$  háromszög területét!
- 5p** 6. Számítsd ki  $\cos A$  értékét, ha tudjuk, hogy  $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$  és az  $A$  szög hegyesszög!

**II. FELADAT**

**(30 pont)**

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} b & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  és  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $b$  valós szám.
- 5p** a) Igazold, hogy  $\det A = -2$ .
- 5p** b) Határozd meg azt a  $b$  valós számot, amelyre  $A + B = AB + C$ !
- 5p** c) Igazold, hogy  $\det(B + 2C) = \det B - \det A$  bármely  $b$  valós szám esetén!
2. Adott az  $f = X^3 - 4X^2 + X + 2$  polinom.
- 5p** a) Igazold, hogy  $f(1) = 0$ .
- 5p** b) Határozd meg az  $f$  polinomnak  $X - 1$  polinommal való osztási hányadosát és maradékát!
- 5p** c) Igazold, hogy  $(x_1 + x_2 + x_3) \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = -2$ , ahol  $x_1, x_2$  és  $x_3$  az  $f$  polinom gyökei.

**III. FELADAT**

**(30 pont)**

1. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - \ln x$  függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ .
- 5p** b) Igazold, hogy  $f'(x) = 2x - \frac{1}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** c) Igazold, hogy az  $f$  függvény konvex a  $(0, +\infty)$  intervallumon!
2. Adott az  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$  függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy  $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ .
- 5p** b) Számítsd ki az  $f$  függvény grafikus képe, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x=0$  és  $x=1$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét!
- 5p** c) Igazold, hogy az  $f$  függvény bármely primitív függvénye növekvő a  $(-1, +\infty)$  intervallumon!

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 7**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} =$ $= \frac{9-4}{6} = \frac{5}{6}$	2p 3p
2.	$2x - 3 = x + 1$ $x = 4$	3p 2p
3.	$x^2 + 5 = 9$ $x_1 = -2 \text{ și } x_2 = 2, \text{ care verifică ecuația}$	2p 3p
4.	$\frac{10}{100} \cdot 120 = 12$ După scumpire prețul imprimantei este $120 + 12 = 132$ de lei	3p 2p
5.	$AB = 3, BC = 4 \text{ și } AC = 5$ $P_{\Delta ABC} = 3 + 4 + 5 = 12$	3p 2p
6.	$\cos A = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} =$ $= \frac{1}{2}$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$ $= 1 \cdot 0 - 1 \cdot 2 = -2$	2p 3p
b)	$A + B = \begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, AB = \begin{pmatrix} b & b+2 \\ b & b \end{pmatrix}, AB + C = \begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ b & b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ b & b \end{pmatrix} \Leftrightarrow b = 1$	3p 2p
c)	$\det(B + 2C) = \begin{vmatrix} b+2 & b \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = b + 2$ $\det B = b \Rightarrow \det B - \det A = b + 2 \Rightarrow \det(B + 2C) = \det B - \det A \text{ pentru orice număr real } b$	3p 2p
2.a)	$f(1) = 1^3 - 4 \cdot 1^2 + 1 + 2 =$ $= 1 - 4 + 3 = 0$	3p 2p
b)	Câtul este $X^2 - 3X - 2$ Restul este 0	3p 2p
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 4, x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 1, x_1x_2x_3 = -2$ $(x_1 + x_2 + x_3) \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = \frac{(x_1 + x_2 + x_3)(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)}{x_1x_2x_3} = -2$	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - \ln x) =$ $= 1^2 - \ln 1 = 1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$f'(x) = (x^2 - \ln x)' =$ $= (x^2)' - (\ln x)' = 2x - \frac{1}{x}, \quad x \in (0, +\infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$f''(x) = (2x)' - \left(\frac{1}{x}\right)' =$ $= 2 + \frac{1}{x^2} > 0 \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty), \text{ deci funcția } f \text{ este convexă pe intervalul } (0, +\infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\mathcal{A} = \int_0^1 \left  \frac{x^2}{x+1} \right  dx = \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx = \int_0^1 \left( x - 1 + \frac{1}{x+1} \right) dx =$ $= \left( \frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) \right) \Big _0^1 = \ln 2 - \frac{1}{2}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$F \text{ este o primitivă a funcției } f \Rightarrow F'(x) = f(x)$ $F'(x) = \frac{x^2}{x+1} \geq 0 \text{ pentru orice } x \in (-1, +\infty), \text{ deci funcția } F \text{ este crescătoare pe } (-1, +\infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>