

**Examenul de bacalaureat național 2014**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_tehnologic***

**Varianta 9**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = 1$ .
- 5p** 2. Determinați numărul real  $m$  știind că  $f(m) = 1$ , unde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 4$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{2x^2 + 1} = 1$ .
- 5p** 4. În anul 2013, profitul anual al unei firme a fost de 100000 de lei, ceea ce reprezintă 4% din valoarea veniturilor anuale ale firmei. Determinați valoarea veniturilor anuale ale firmei în anul 2013.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(5,6)$ ,  $B(2,6)$  și  $C(5,2)$ . Arătați că triunghiul  $ABC$  este dreptunghic.
- 5p** 6. Arătați că  $\operatorname{tg}^2 60^\circ + \operatorname{tg}^2 45^\circ = 4$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\det A = -1$ .
- 5p** b) Arătați că  $2A \cdot B - B \cdot A = I_2$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $x$  știind că  $A \cdot A - xA = I_2$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = 2(x + y - 1) - xy$ .
- 5p** a) Arătați că  $1 * 2 = 2$ .
- 5p** b) Arătați că  $x * 2 = 2 * x = 2$  pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x * x = x$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-1)e^x$ .
- 5p** a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$ .
- 5p** b) Arătați că  $f'(x) = e^x + f(x)$  pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** c) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 1}{x} = 0$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x^2 + 2x$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^2 3x^2 dx = 7$ .
- 5p** b) Determinați primitiva  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a funcției  $f$  pentru care  $F(1) = 2014$ .
- 5p** c) Determinați numărul natural  $n$ ,  $n \geq 2$  știind că  $\int_1^n \frac{f(x)}{x} dx = \frac{13}{2}$ .

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 9**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	<b>2p</b>
	$3 \cdot \frac{1}{3} = 1$	<b>3p</b>
<b>2.</b>	$m - 4 = 1$	<b>3p</b>
	$m = 5$	<b>2p</b>
<b>3.</b>	$2x^2 + 1 = 1$	<b>3p</b>
	$x = 0$ , care verifică ecuația	<b>2p</b>
<b>4.</b>	$100000 = 4\% \cdot x$ , unde $x$ reprezintă venitul anual al firmei	<b>3p</b>
	$x = 2500000$ de lei	<b>2p</b>
<b>5.</b>	$AB = 3$ , $AC = 4$ și $BC = 5$	<b>3p</b>
	$AB^2 + AC^2 = BC^2$ , deci $\triangle ABC$ este dreptunghic	<b>2p</b>
<b>6.</b>	$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$ și $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$	<b>2p</b>
	$\operatorname{tg}^2 60^\circ + \operatorname{tg}^2 45^\circ = 3 + 1 = 4$	<b>3p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -2 \end{vmatrix} =$	<b>2p</b>
	$= 3 \cdot (-2) - 1 \cdot (-5) = -1$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	<b>2p</b>
	$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2A \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot A - xA = \begin{pmatrix} 4-3x & 1-x \\ -5+5x & -1+2x \end{pmatrix}$	<b>3p</b>
	$\begin{pmatrix} 4-3x & 1-x \\ -5+5x & -1+2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 1$	<b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$1 * 2 = 2(1+2-1) - 1 \cdot 2 =$	<b>3p</b>
	$= 4 - 2 = 2$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$x * 2 = 2(x+2-1) - x \cdot 2 = 2$	<b>2p</b>
	$2 * x = 2(2+x-1) - 2x = 2 = x * 2$ pentru orice număr real $x$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$-x^2 + 4x - 2 = x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$	<b>3p</b>
	$x_1 = 1$ și $x_2 = 2$	<b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x-1)e^x =$ $= -1 \cdot e^0 = -1$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>b)</b>	$f'(x) = 1 \cdot e^x + (x-1)e^x =$ $= e^x + f(x) \text{ pentru orice număr real } x$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>c)</b>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} =$ $= f'(0) = 0$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>2.a)</b>	$\int_1^2 3x^2 dx = x^3 \Big _1^2 =$ $= 8 - 1 = 7$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>b)</b>	<p>O primitivă <math>F</math> a funcției <math>f</math> este de forma <math>F(x) = x^3 + x^2 + c</math>, unde <math>c \in \mathbb{R}</math></p> $F(1) = 2 + c \Rightarrow c = 2012 \Rightarrow F(x) = x^3 + x^2 + 2012$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>c)</b>	$\int_1^n \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^n (3x+2) dx = \frac{3n^2 + 4n - 7}{2}$ $\frac{3n^2 + 4n - 7}{2} = \frac{13}{2} \Leftrightarrow 3n^2 + 4n - 20 = 0 \Rightarrow n_1 = -\frac{10}{3} \text{ nu este număr natural și } n_2 = 2$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>