Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Determinaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\ge 1}$ cu termeni reali, ştiind că $b_2=1$ şi $b_5=8$.
5p	**2.** Calculaţi $(f\circ f)(0)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+7$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\log_5(x-3)=\log_5(x-1)$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulţimea $A=\{1,2,3,...,50\}$, acesta să fie număr divizibil cu 11.
5p	**5.** Determinaţi numărul real a pentru care vectorii $\vec{v}=2\vec{i}+(a+1)\vec{j}$ şi $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}$ sunt coliniari.
5p	**6.** Rezolvaţi în mulţimea $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ ecuaţia $2\sin x-1=0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&4\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1&0\\0&5\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A$.
5p	**b)** Verificaţi dacă $\det(A+B)>\det A+\det B$.
5p	**c)** Determinaţi numărul matricelor $X=\begin{pmatrix}a&0\\0&b\end{pmatrix}$ pentru care $X^2=A$, unde a şi b sunt numere reale.
	2. Se consideră x_1,x_2,x_3 rădăcinile complexe ale polinomului $f=X^3+X+a$, unde a este număr real.
5p	**a)** Pentru $a=-2$, arătaţi că $f(1)=0$.
5p	**b)** Determinaţi numărul real a, ştiind că $(2-x_1)(2-x_2)(2-x_3)=2$.
5p	**c)** Pentru $a\ne 0$, determinaţi un polinom de grad trei, având coeficienţii reali, care are rădăcinile $\frac{1}{x_1}$, $\frac{1}{x_2}$ şi $\frac{1}{x_3}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln(x+1)-\ln x$.
5p	**a)** Calculaţi $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătaţi că funcţia f este descrescătoare.
5p	**c)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)$.
	2. Se consideră funcţia $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{x+2}$.
5p	**a)** Calculaţi $\int_0^1 (x+2)f(x)dx$.
5p	**b)** Arătaţi că $\int_{2013}^{2014}\left(f(x)+(x+2)f'(x)\right)dx=1$.
5p	**c)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{x}{f(x)}$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
Barem de evaluare și de notare

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$b_5 = b_2 q^3 \Rightarrow q^3 = 8$ $q = 2$	**3p** **2p**
2.	$f(0) = 7$ $(f \circ f)(0) = f(7) = 70$	**2p** **3p**
3.	$(x-3)^2 = x-1 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$ $x_1 = 2$ nu verifică ecuația și $x_2 = 5$ verifică ecuația	**2p** **3p**
4.	Numerele divizibile cu 11 din mulțimea A sunt 11, 22, 33 și 44 $\Rightarrow$ 4 cazuri favorabile Numărul elementelor mulțimii A este 50 $\Rightarrow$ 50 de cazuri posibile $p = \dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \dfrac{2}{25}$	**2p** **1p** **2p**
5.	$\dfrac{2}{1} = \dfrac{a+1}{2}$ $a = 3$	**3p** **2p**
6.	$\sin x = \dfrac{1}{2}$ $x = \dfrac{\pi}{6}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$ $B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 20 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot B = B \cdot A$	**2p** **3p**
b)	$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A+B) = 18$ $\det A + \det B = 4 + 5 = 9 \Rightarrow \det(A+B) > \det A + \det B$	**2p** **3p**
c)	$X^2 = \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & b^2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & b^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow a = \pm 1,\ b = \pm 2 \Rightarrow$ sunt 4 matrice X care verifică cerințele	**2p** **3p**
2.a)	$f = X^3 + X - 2 \Rightarrow f(1) = 1^3 + 1 - 2 =$ $= 2 - 2 = 0$	**3p** **2p**
b)	$(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = f(2)$ $f(2) = 10 + a \Rightarrow a = -8$	**3p** **2p**

c)	$x_1+x_2+x_3=0$, $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=1$, $x_1x_2x_3=-a$	**1p**
	$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=-\frac{1}{a}$, $\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_2}\cdot\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_3}\cdot\frac{1}{x_1}=0$, $\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2}\cdot\frac{1}{x_3}=-\frac{1}{a}$	**3p**
	Un polinom este $g=aX^3+X^2+1$	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(\ln(x+1)\right)'-\left(\ln x\right)'=$	**2p**
	$=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}$, pentru orice $x\in\left(0,+\infty\right)$	**3p**
b)	$f'\left(x\right)=-\frac{1}{x\left(x+1\right)}$, pentru orice $x\in\left(0,+\infty\right)$	**2p**
	$f'\left(x\right)<0$, pentru orice $x\in\left(0,+\infty\right)\Rightarrow f$ este descrescătoare	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln\left(x+1\right)-\ln x}{\frac{1}{x}}=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}}=1$	**3p**
2.a)	$\int_0^1 (x+2)f(x)dx=\int_0^1 xdx=$	**2p**
	$=\frac{x^2}{2}\Big\vert_0^1=\frac{1}{2}$	**3p**
b)	$f'\left(x\right)=\frac{2}{\left(x+2\right)^2}\Rightarrow f\left(x\right)+(x+2)f'(x)=1$ pentru orice $x\in\left(-2,+\infty\right)$	**3p**
	$\int_{2013}^{2014} 1\cdot dx=x\Big\vert_{2013}^{2014}=1$	**2p**
c)	$V=\pi\int_1^2 g^2\left(x\right)dx=\pi\int_1^2\left(x+2\right)^2 dx=$	**3p**
	$=\pi\frac{\left(x+2\right)^3}{3}\Big\vert_1^2=\frac{37\pi}{3}$	**2p**