

**Examenul de bacalaureat național 2015**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_pedagogic***

Model

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. FELADAT**

**(30 punct)**

- 5p 1. Igazold, hogy  $\sqrt{81} - \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{8} = 9$ .
- 5p 2. Határozd meg azt az  $m$  valós számot, amelyre  $f(2) = 0$ , ha  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - m$ .
- 5p 3. Oldd meg a  $\sqrt{x^2 + 1} = 1$  egyenletet a valós számok halmazán!
- 5p 4. Egy vállalat 2000 lejt fordít reklámra, ami az éves nyereségének 5% -át jelenti. Határozd meg a vállalat éves nyereségét!
- 5p 5. Határozd meg az  $M(1, -1)$  ponton átmenő és az  $y = x - 1$  egyenletű  $d$  egyenessel párhuzamos egyenes egyenletét!
- 5p 6. Igazold, hogy  $\sin 30^\circ + \sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 2$ .

**II. FELADAT**

**(30 pont)**

A valós számok halmazán értelmezzük a következő műveletet:  $x * y = x + y - 2$ .

- 5p 1. Számítsd ki:  $(-2) * 2$ .
- 5p 2. Igazold, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív!
- 5p 3. Ellenőrizd, hogy  $e = 2$  semleges elem a „ $*$ ” műveletre nézve!
- 5p 4. Határozd meg az  $x$  valós számot, ha  $(x + 1) * x = 3$ .
- 5p 5. Oldd meg a  $9^x * 3^x = 0$  egyenletet a valós számok halmazán!
- 5p 6. Igazold, hogy  $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq 0$  bármely nullától különböző  $x$  valós szám esetén!

**III. FELADAT**

**(30 pont)**

Adott az  $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}$  mátrix, ahol  $a$  valós szám.

- 5p 1. Számítsd ki:  $\det(A(0))$ .
- 5p 2. Igazold, hogy  $4 \cdot A(1) - 3 \cdot A(-1) = A(7)$ .
- 5p 3. Határozd meg az  $a$  valós számokat, ha  $\det(A(a)) = 10$ .
- 5p 4. Igazold, hogy  $\det(A(a) - I_2) > 0$  bármely  $a$  valós szám esetén, ahol  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p 5. Határozd meg az  $A(2)$  mátrix inverzét!
- 5p 6. Határozd meg az  $A(a)$  mátrixok számát, ha  $a$  egész szám és  $\det(A(a)) \leq 401$ .

**Examenul de bacalaureat național 2015**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Model**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ , $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ și $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $9 - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 9$	3p 2p
2.	$f(2) = 2 - m$ $2 - m = 0 \Leftrightarrow m = 2$	2p 3p
3.	$x^2 + 1 = 1$ $x = 0$ care verifică ecuația	2p 3p
4.	$5\% \cdot x = \frac{x}{20}$ , unde $x$ este profitul anual al firmei $\frac{x}{20} = 2\,000 \Rightarrow x = 40\,000$ de lei	3p 2p
5.	$m_d = 1$ și $m = m_d \Rightarrow m = 1$ Ecuația dreptei este $y = x - 2$	3p 2p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ , $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin 30^\circ + \sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = \frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$(-2) * 2 = (-2) + 2 - 2 =$ $= -2$	3p 2p
2.	$(x * y) * z = (x + y - 2) * z = x + y + z - 4$ $x * (y * z) = x * (y + z - 2) = x + y + z - 4 = (x * y) * z$ pentru orice numere reale $x, y$ și $z$	2p 3p
3.	$x * 2 = x + 2 - 2 = x$ pentru orice număr real $x$ $2 * x = 2 + x - 2 = x$ pentru orice număr real $x$	3p 2p
4.	$(x + 1) + x - 2 = 3$ $x = 2$	3p 2p
5.	$9^x + 3^x - 2 = 0 \Leftrightarrow (3^x + 2)(3^x - 1) = 0$ $x = 0$	3p 2p
6.	$x^2 * \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2} =$ $= \frac{(x^2 - 1)^2}{x^2} \geq 0$ pentru orice număr real nenul $x$	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot 0 - (-1) \cdot 1 =$	<b>3p</b>
	$= 1$	<b>2p</b>
<b>2.</b>	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, A(-1) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, A(7) = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$	<b>3p</b>
	$4 \cdot A(1) - 3 \cdot A(-1) = 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} = A(7)$	<b>2p</b>
<b>3.</b>	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{vmatrix} = a^2 + 1$	<b>2p</b>
	$a^2 + 1 = 10 \Leftrightarrow a_1 = -3 \text{ și } a_2 = 3$	<b>3p</b>
<b>4.</b>	$A(a) - I_2 = \begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ -1 & a-1 \end{pmatrix}$	<b>3p</b>
	$\det(A(a) - I_2) = \begin{vmatrix} a-1 & 1 \\ -1 & a-1 \end{vmatrix} = (a-1)^2 + 1 > 0$ pentru orice număr real $a$	<b>2p</b>
<b>5.</b>	$\det(A(2)) = 5$	<b>2p</b>
	$A^{-1}(2) = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$	<b>3p</b>
<b>6.</b>	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{vmatrix} = a^2 + 1$	<b>2p</b>
	$a^2 \leq 400 \Leftrightarrow  a  \leq 20$ și $a \in \mathbb{Z}$ , deci sunt 41 de matrice $A(a)$ care verifică cerința	<b>3p</b>