

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p** 1. Igazold, hogy $\left(2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4\right) : \frac{33}{16} = 1$.
- 5p** 2. Határozd meg az a valós számot, ha $f(2) + f(-2) = 4$ és $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + a$.
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $3^{x^2+2} = 3^{3x}$ egyenletet!
- 5p** 4. Egy termék ára 200 lej. A termék árát egymásután kétszer emelik, mindkét alkalommal 10% -kal. Határozd meg a termék árát a második drágítás után!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $O(0,0)$, $A(-3,4)$ és $B(3,4)$ pontok. Ha M az AB szakasz felezőpontja, határozd meg az O és M pontok közötti távolságot!
- 5p** 6. Számítsd ki az ABC háromszög területét, ha $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$ és $AB = AC = \sqrt{2}$.

II. FELADAT

(30 punct)

A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = x + y - 2015$ műveletet.

- 5p** 1. Igazold, hogy $1007 * 1008 = 0$.
- 5p** 2. Igazold, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív!
- 5p** 3. Ellenőrizd, hogy a „ $*$ ” művelet semleges eleme $e = 2015$.
- 5p** 4. Ha $x * x = 2015$, határozd meg az x valós számot!
- 5p** 5. Igazold, hogy $x * (x + 2015) = (x + 1007) * (x + 1008)$, bármely x valós szám esetén!
- 5p** 6. Oldd meg a valós számok halmazán az $5^x * 25^x = -1985$ egyenletet!

III. FELADAT

(30 punct)

Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ mátrixok, a és b valós számok.

- 5p** 1. Igazold, hogy $\det A = 3$.
- 5p** 2. Határozd meg azokat az a és b valós számokat, amelyekre $B - A = 4I_2$, ahol $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** 3. Ha $a = 0$, határozd meg azt a b valós számot, amelyre $\det B = 9$.
- 5p** 4. Ha $AB = BA$, határozd meg az a és b valós számokat!
- 5p** 5. Igazold, hogy az A mátrix inverze a $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -1 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ mátrix!
- 5p** 6. Ha $a = b = 1$, oldd meg az $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ halmazon a $B \cdot X = A$ egyenletet!

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 2 + \frac{1}{16} = \frac{33}{16}$	3p
	$\frac{33}{16} : \frac{33}{16} = 1$	2p
2.	$f(2) + f(-2) = (2 + a) + (-2 + a) = 2a$	3p
	$2a = 4 \Leftrightarrow a = 2$	2p
3.	$x^2 + 2 = 3x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$	3p
	$x_1 = 1$ și $x_2 = 2$	2p
4.	După prima scumpire cu 10%, prețul obiectului va fi $200 + \frac{10}{100} \cdot 200 = 220$ de lei	2p
	După a doua scumpire cu 10%, prețul obiectului va fi $220 + \frac{10}{100} \cdot 220 = 242$ de lei	3p
5.	$M(0,4)$	2p
	$OM = 4$	3p
6.	ΔABC este dreptunghic în A , deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} =$	3p
	$= 1$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$1007 * 1008 = 1007 + 1008 - 2015 =$	3p
	$= 2015 - 2015 = 0$	2p
2.	$(x * y) * z = (x + y - 2015) + z - 2015 = x + y + z - 4030$	2p
	$x * (y * z) = x + (y + z - 2015) - 2015 = x + y + z - 4030 = (x * y) * z$, pentru orice numere reale x, y și z	3p
3.	$x * 2015 = x + 2015 - 2015 = x$	2p
	$2015 * x = 2015 + x - 2015 = x = x * 2015$, pentru orice număr real x , deci $e = 2015$ este element neutru al legii de compoziție „*”	3p
4.	$x + x - 2015 = 2015$	3p
	$x = 2015$	2p
5.	$x * (x + 2015) = x + (x + 2015) - 2015 = 2x$	2p
	$(x + 1007) * (x + 1008) = (x + 1007) + (x + 1008) - 2015 = 2x = x * (x + 2015)$, pentru orice număr real x	3p
6.	$5^x + 5^{2x} - 30 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 + 5^x - 30 = 0$	2p
	$5^x = 5 \Leftrightarrow x = 1$	2p
	$5^x = -6$ nu are soluție	1p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - (-1) \cdot 3 =$ $= 0 + 3 = 3$	3p 2p
2.	$\begin{pmatrix} a-1 & b+1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $a = 5 \text{ și } b = -1$	3p 2p
3.	$\det B = \begin{vmatrix} 0 & b \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 \cdot 4 - b \cdot 3 = -3b$ $-3b = 9 \Leftrightarrow b = -3$	3p 2p
4.	$AB = \begin{pmatrix} a-3 & b-4 \\ 3a & 3b \end{pmatrix}, BA = \begin{pmatrix} a+3b & -a \\ 15 & -3 \end{pmatrix}$ $AB = BA \Leftrightarrow a = 5 \text{ și } b = -1$	2p 3p
5.	$A \cdot \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -1 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$ $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -1 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2, \text{ deci matricea } \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -1 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \text{ este inversa matricei } A$	3p 2p
6.	$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \det B = 1, B^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ $X = B^{-1} \cdot A \Leftrightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$	3p 2p