

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 8

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p** 1. Igazold, hogy $\sqrt{32} - \sqrt{18} - \sqrt{2} = 0$.
- 5p** 2. Adottak az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 4 - 2x$ függvények. Határozd meg a függvények grafikus képei metszéspontjának koordinátáit!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán az $5^{5-3x} = 25$ egyenletet!
- 5p** 4. Határozd meg az 1, 2, 3, 4 és 5 számjegyekkel felírható kétjegyű, páros természetes számok számát!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(2,3)$, $B(5,3)$ és $C(5,6)$ pontok. Igazold, hogy $AB = BC$.
- 5p** 6. Igazold, hogy $\sin 30^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ = 1$.

II. FELADAT

(30 punct)

A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = xy + x + y$ műveletet.

- 5p** 1. Igazold, hogy $2015 \circ (-1) = -1$.
- 5p** 2. Igazold, hogy a „ \circ ” művelet asszociatív!
- 5p** 3. Ellenőrizd, hogy a „ \circ ” művelet semleges eleme $e = 0$.
- 5p** 4. Igazold, hogy $x \circ x = (x + 1)^2 - 1$, bármely x valós szám esetén!
- 5p** 5. Oldd meg a valós számok halmazán az $x \circ x \circ x \circ x = 0$ egyenletet!
- 5p** 6. Igazold, hogy $x \circ (x + 1) \geq x$, bármely x valós szám esetén!

III. FELADAT

(30 punct)

Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A(a) = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & a+1 \end{pmatrix}$ mátrixok, a valós szám.

- 5p** 1. Igazold, hogy $\det(A(0)) = -2$.
- 5p** 2. Határozd meg azokat az a valós számokat, amelyekre $\det(A(a)) = 0$.
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\det(A(a) - I_2) < 0$ egyenlőtlenséget!
- 5p** 4. Igazold, hogy $(2a + 1)A(a) - A(a) \cdot A(a) = (a^2 + a - 2)I_2$, bármely a valós szám esetén!
- 5p** 5. Határozd meg az $A(2)$ mátrix inverzét!
- 5p** 6. Határozd meg azokat az m természetes számokat, amelyekre $\det(A(m)) \leq 1$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 8

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$, $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ $4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$	2p 3p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x + 1 = 4 - 2x \Leftrightarrow 3x = 3$ Coordonatele punctului de intersecție sunt $x = 1$ și $y = 2$	3p 2p
3.	$5^{5-3x} = 5^2 \Leftrightarrow 5 - 3x = 2$ $x = 1$	3p 2p
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 2 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 5 moduri, deci se pot forma $2 \cdot 5 = 10$ numere	2p 3p
5.	$AB = 3$ $BC = 3 \Rightarrow AB = BC$	2p 3p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$2015 \circ (-1) = 2015 \cdot (-1) + 2015 + (-1) =$ $= -2015 + 2015 - 1 = -1$	3p 2p
2.	$(x \circ y) \circ z = (xy + x + y) \circ z = xyz + xz + yz + xy + x + y + z$ $x \circ (y \circ z) = x \circ (yz + y + z) = xyz + xy + xz + x + yz + y + z = (x \circ y) \circ z$, pentru orice numere reale x , y și z	2p 3p
3.	$x \circ 0 = x \cdot 0 + x + 0 = x$ $0 \circ x = 0 \cdot x + 0 + x = x = x \circ 0$, pentru orice număr real x , deci $e = 0$ este element neutru al legii de compoziție „ \circ ”	2p 3p
4.	$x \circ x = x \cdot x + x + x = x^2 + 2x =$ $= x^2 + 2x + 1 - 1 = (x + 1)^2 - 1$, pentru orice număr real x	2p 3p
5.	$x \circ x \circ x \circ x = (x + 1)^4 - 1$ $(x + 1)^4 = 1 \Leftrightarrow x_1 = -2$ și $x_2 = 0$	2p 3p
6.	$x \circ (x + 1) - x = x(x + 1) + x + x + 1 - x = x^2 + 2x + 1 =$ $= (x + 1)^2 \geq 0$, deci $x \circ (x + 1) \geq x$, pentru orice număr real x	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \cdot 1 - 1 \cdot 2 =$ $= 0 - 2 = -2$	3p 2p
2.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a & 2 \\ 1 & a+1 \end{vmatrix} = a^2 + a - 2$ $a^2 + a - 2 = 0 \Leftrightarrow a_1 = -2 \text{ și } a_2 = 1$	3p 2p
3.	$A(a) - I_2 = \begin{pmatrix} a-1 & 2 \\ 1 & a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) - I_2) = a^2 - a - 2$ $a^2 - a - 2 < 0 \Leftrightarrow a \in (-1, 2)$	2p 3p
4.	$(2a+1)A(a) = \begin{pmatrix} 2a^2 + a & 4a + 2 \\ 2a + 1 & 2a^2 + 3a + 1 \end{pmatrix}$ $A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} a^2 + 2 & 4a + 2 \\ 2a + 1 & a^2 + 2a + 3 \end{pmatrix}$ $(2a+1)A(a) - A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} a^2 + a - 2 & 0 \\ 0 & a^2 + a - 2 \end{pmatrix} = (a^2 + a - 2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (a^2 + a - 2)I_2,$ pentru orice număr real a	1p 2p 2p
5.	$A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \det(A(2)) = 4 \neq 0$ $(A(2))^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$	2p 3p
6.	$\det(A(m)) \leq 1 \Leftrightarrow m^2 + m - 3 \leq 0$ Cum m este număr natural obținem $m = 0$ și $m = 1$	2p 3p