

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p 1. Számítsd ki az $a = 2(5 - \sqrt{5})$ és $b = 2\sqrt{5}$ számok számtani közepét!
- 5p 2. Határozd meg az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 3$ függvény grafikus képének az Ox tengellyel való metszéspontjainak abszcisszáit!
- 5p 3. Oldd meg a $\log_5(2x-1) - \log_5 3 = 0$ egyenletet a valós számok halmazán!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az egyjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám 3-nak többszöröse legyen!
- 5p 5. Az xOy koordináta-rendszerben adottak az $A(2,4)$ és $B(6,4)$ pontok. Határozd meg az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit!
- 5p 6. Ha $a, b \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin a = \frac{3}{5}$ és $\sin b = \frac{12}{13}$ igazold, hogy $\sin(a+b) = \frac{63}{65}$.

II. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix.
- 5p a) Számítsd ki $\det A$.
- 5p b) Határozd meg azokat a p valós számokat, amelyekre teljesül az $A \cdot A = pA$ egyenlőség!
- 5p c) Határozd meg a $B = \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix}$ mátrixokat, ha $\det(A+B) = 0$, ahol b valós szám.
2. A valós számok halmazán értelmezzük a következő műveletet $x \circ y = -xy + x + y$.
- 5p a) Számítsd ki $1 \circ 2015$.
- 5p b) Igazold, hogy $x \circ y = -(x-1)(y-1) + 1$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p c) Oldd meg a $3^x \circ 5^x = 1$ egyenletet a valós számok halmazán!

III. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x}{x^2+1}$ függvény.
- 5p a) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ határértéket!
- 5p b) Igazold, hogy $f'(x) = -\frac{3(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Határozd meg az f függvény monotonitási intervallumait!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 + x$ függvény.
- 5p a) Számítsd ki $\int_{-1}^1 x^5 dx$.
- 5p b) Igazold, hogy $\int_0^1 (f(x) - x^5) e^x dx = 1$.
- 5p c) Határozd meg a $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x) - x}{x^3}$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából származó test térfogatát!