

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Varianta 8

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Mutasd ki, hogy  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{10}{3} = 1$ .
- 5p 2. Határozd meg az  $a$  valós számot, ha az  $A(1, 0)$  pont rajta van az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - a$  függvény grafikus képén!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $\sqrt{x+1} = 5$  egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az  $M = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$  halmaz véletlenszerűen kiválasztott eleme 30-nak többszöröse legyen!
- 5p 5. Az  $xOy$  koordináta-rendszerben adottak az  $A(3, 5)$  és  $B(7, 5)$  pontok. Határozd meg az  $AB$  szakasz felezőpontjának koordinátáit!
- 5p 6. Ha  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  és  $\cos x = \frac{5}{13}$ , mutasd ki, hogy  $\operatorname{tg} x = \frac{12}{5}$ .

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  és  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  mátrixok.
- 5p a) Mutasd ki, hogy  $\det A = 1$ .
- 5p b) Mutasd ki, hogy  $B \cdot B + A = O_2$ , ahol  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 5p c) Határozd meg az  $x$  és  $y$  valós számokat, amelyekre  $A + B = \begin{pmatrix} 2^x & 0 \\ 0 & 4^y \end{pmatrix}$ .
2. Adott az  $f = X^3 - 2X^2 - 2X + 1$  polinom.
- 5p a) Mutasd ki, hogy  $f(1) = -2$ .
- 5p b) Határozd meg az  $f$  polinomnak az  $X + 1$  polinommal való osztási hányadosát és maradékát!
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy  $(x_2 + x_3)(x_3 + x_1)(x_1 + x_2) = -3$ , ahol  $x_1, x_2$  és  $x_3$  az  $f$  polinom gyökei!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x^3 + 3x + 2$  függvény.
- 5p a) Mutasd ki, hogy  $f'(x) = 3(1-x)(1+x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Mutasd ki, hogy  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = -9$ .
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy  $f(x) \leq 4$ , bármely  $x \in [-1, +\infty)$  esetén!
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$  függvény.
- 5p a) Mutasd ki, hogy  $\int_{-1}^1 (f(x) - 2) dx = 0$ .
- 5p b) Mutasd ki, hogy  $\int_0^1 e^x f(x) dx = 2e - 1$ .
- 5p c) Határozd meg az  $a$  valós számot, ha  $\int_0^a f(x) dx = \int_0^{6-a} (f(x) - 4) dx$ .