

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p** 1. Határozd meg az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány állandó különbségét, ha $2a_{10} = a_5 + a_6 + 36$.
- 5p** 2. Határozd meg az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3x - 1$ függvény grafikus képének az $y = x - 1$ egyenletű egyenessel való metszéspontjainak abszcisszáit!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_2 \frac{x-1}{x+1} + \log_2 (x^2 - 1) = 4$ egyenletet!
- 5p** 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám számjegyeinek szorzata osztható legyen 10-zel!
- 5p** 5. Az xOy koordináta rendszerben adottak az $A(1,1)$, $B(1,4)$ és $C(5,1)$ pontok. Határozd meg az ABC háromszög köré írható kör középpontjának koordinátáit!
- 5p** 6. Igazold, hogy $\frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x} = \operatorname{ctg}^2 x$, bármely $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ esetén!

II. FELADAT

(30 punct)

1. Adott az $M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ x & 2x-1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.
- 5p** a) Számítsd ki $\det(M(0))$.
- 5p** b) Igazold, hogy $2M(x) - M(-x) = M(3x)$, bármely x valós szám esetén!
- 5p** c) Az xOy koordináta rendszerben adottak az $O(0,0)$, $A(n, 2n-1)$ és $B(n^2, 2n^2-1)$ pontok, ahol n természetes szám és $n \geq 2$. Igazold, hogy az OAB háromszög területe természetes szám!
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = 6xy - 2x - 2y + 1$ asszociatív műveletet.
- 5p** a) Számítsd ki $1 \circ \frac{1}{3}$.
- 5p** b) Határozd meg a „ \circ ” művelet semleges elemét!
- 5p** c) Számítsd ki $\frac{1}{1008} \circ \frac{2}{1008} \circ \frac{3}{1008} \circ \dots \circ \frac{2016}{1008}$.

III. FELADAT

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^4 + 3}$ függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy $f'(x) = -\frac{3(x-1)(x+1)(x^2+1)}{(x^4+3)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Határozd meg az f függvény grafikus képének $x=0$ abszcisszájú pontjában, az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p** c) Igazold, hogy $-\frac{1}{4} \leq f(x) \leq \frac{1}{4}$, bármely x valós szám esetén!

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x - 2$ függvény.

5p a) Határozd meg az f függvénynek azt az F primitívét, amelyre $F(1) = 0$.

5p b) Számítsd ki $\int_0^1 x f(x) dx$.

5p c) Határozd meg az x valós számokat, amelyekre $\int_1^x f(t) dt = 0$.