

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 01

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Minden tétel kötelező. Hivatalból 10 pont jár.
- Munkaidő 3 óra.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p 1. Mutasd ki, hogy $(\sqrt{5} + 2)^2 - 4\sqrt{5} = 9$.
- 5p 2. Határozd meg az m valós számot tudva azt, hogy az $M(m, 4)$ pont rajta van az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ függvény grafikus képén!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_4(x^2 + 9) = \log_4 25$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy véletlenszerűen kiválasztva egy elemet az $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmazból, az osztható legyen 2-vel!
- 5p 5. Határozd meg az a valós számot, amelyre az $\vec{u} = (a-1)\vec{i} - 3\vec{j}$ és $\vec{v} = 2\vec{i} - 6\vec{j}$ kollineáris vektorok!
- 5p 6. Ha $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ és $\cos x = \frac{1}{2}$ mutasd ki, hogy $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} 1+3x & 2x \\ -6x & 1-4x \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.
- 5p a) Mutasd ki, hogy $\det(A(0)) = 1$.
- 5p b) Igazold, hogy $A(x)A(y) = A(x+y-xy)$ bármely x és y valós szám esetén!
- 5p c) Határozd meg az x valós számot tudva azt, hogy $A(2^x)A(2^x) = A(1)$.
2. Adott az $f = X^3 - X^2 + aX + 2$ polinom, ahol a valós szám.
- 5p a) Mutasd ki, hogy $f(-1) + f(1) = 2$, bármely a valós szám esetén!
- 5p b) Határozd meg az a valós számot, amelyre az f polinom osztható az $X^2 - 2X + 2$ polinommal!
- 5p c) Igazold, hogy $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 3x_1x_2 + 3x_2x_3 + 3x_1x_3 = -5$ bármely a valós szám esetén, ahol x_1, x_2 és x_3 az f polinom gyökei!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 11}{x - 3}$ függvény.
- 5p a) Mutasd ki, hogy $f'(x) = \frac{(x-1)(x-5)}{(x-3)^2}$, $x \in (3, +\infty)$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez tartozó ferde aszimptota egyenletét a $+\infty$ -ben!
- 5p c) Igazold, hogy $f(\pi) > 13$.
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (3x+1)e^x$ függvény.
- 5p a) Mutasd ki, hogy $\int_0^1 \frac{1}{e^x} f(x) dx = \frac{5}{2}$.
- 5p b) Határozd meg az m valós számot, amelyre az $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (3x+m)e^x$ függvény f -nek egy primitív függvénye!
- 5p c) Határozd meg az a nemnulla valós számot tudva azt, hogy $\int_0^a f(x) dx = 3a$.