Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $(5-4i)^2+(5+4i)^2=18$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+8$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-x-2}=x-2$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 9.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(2,3)$. Determinați coordonatele punctului M, știind că punctul B este mijlocul segmentului AM.
5p	**6.** Calculați aria paralelogramului $ABCD$, știind că $AB=6$, $BC=3$ și $m(\sphericalangle ABC)=30°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}0&0&x\\x&0&0\\0&x&0\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1))=1$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(x)A(y)A(z)=xyz\,I_3$, pentru orice numere reale x, y și z.
5p	**c)** Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n, numărul $\det(A(n)A(n)+A(n)+I_3)$ este pătratul unui număr natural.
	2. Se consideră polinomul $f=X^4+aX^2+4$, unde a este număr real.
5p	**a)** Determinați numărul real a, știind că $f(2)=0$.
5p	**b)** Pentru $a=-5$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul X^2+X-2.
5p	**c)** Determinați rădăcinile polinomului f, știind că $f(i)=0$, unde $i^2=-1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f, în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Calculați $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\dfrac{1}{e^x+1}$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^1 \left(e^x+1\right)f(x)\,dx=e-1$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1} x\left(f(x)+f(-x)\right)dx=0$.

5p **c)** Demonstrați că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ și $x=1$ are aria mai mică decât $\ln 2$.