

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{5} = 2$.
- 5p 2. Igazold, hogy $\frac{x_1 + x_2 - 1}{x_1 x_2} = 1$, ahol x_1 és x_2 az $x^2 - 4x + 3 = 0$ egyenlet megoldásai!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $2^{x+1} = 8$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmazból véletlenszerűen kiválasztott szám a 4 többszöröse legyen!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(0,3)$ és $B(4,0)$ pontok. Számítsd ki az OAB háromszög területét!
- 5p 6. Igazold, hogy $\sin^2 150^\circ + \sin^2 60^\circ = 1$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol a valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = 5$.
- 5p b) Határozd meg az a valós számot úgy, hogy $B \cdot B = 2B$!
- 5p c) Igazold, hogy $\det(A \cdot B - B \cdot A) \geq 0$, bármely a valós szám esetén!
2. A valós számok halmazán adott az $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$ művelet.
- 5p a) Igazold, hogy $1 \circ 3 = 3$.
- 5p b) Igazold, hogy $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p c) Határozd meg azt az x valós számot, amelyre $(x \circ x) \circ x = 3$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 6x + 2$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 3(x^2 + 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Igazold, hogy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x + 2} = 3$.
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy $-5 \leq f(x) \leq 9$, bármely $x \in [-1, 1]$ esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 - x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 (f(x) + x) dx = 1$.
- 5p b) Igazold, hogy $\int_0^1 (4x^3 - f(x)) e^x dx = 1$.
- 5p c) Határozd meg az f függvény grafikus képe, az Ox tengely, az $x=1$ és az $x=3$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét!