

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\left(2 + \frac{1}{3}\right) : \frac{7}{6} = 2$.
- 5p 2. Igazold, hogy $(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 = 1$, ahol x_1 és x_2 az $x^2 - 5x + 4 = 0$ egyenlet megoldásai!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt{3x-5} = 2$ egyenletet!
- 5p 4. Egy 25% -os árcsökkenés után egy televízió ára 600 lej. Határozd meg a televízió árcsökkenés előtti árát!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $O(0,0)$ és $M(8,6)$ pontok. Számítsd ki az O és az M pontok közötti távolságot!
- 5p 6. Igazold, hogy $\sin^2 135^\circ + \sin^2 45^\circ = 1$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = 2$.
- 5p b) Igazold, hogy $(A+B)(B-A) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -12 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Határozd meg az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, tudva, hogy $A \cdot X = B$!
2. Adott a valós számok halmazán értelmezett $x * y = x + y - 3$ asszociatív művelet.
- 5p a) Igazold, hogy $1 * 2 = 0$.
- 5p b) Határozd meg azokat az x valós számokat, amelyekre $(x^2) * x = -1$.
- 5p c) Határozd meg azokat a nullától különböző n természetes számokat, amelyekre $n * n * n * n < 3$.

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = (x+1)(3x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Igazold, hogy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x f'(x)} = \frac{1}{3}$.
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy $f(x) \geq -\frac{4}{27}$, bármely $x \in [-1, +\infty)$ esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 (f(x) - x^2 - 1) dx = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy az $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 2017$ függvény az f függvény egy primitív függvénye!
- 5p c) Határozd meg az n természetes számot tudva, hogy a f függvény grafikus képe, az Ox tengely, az $x = 0$ és az $x = 2$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe $n^2 - \frac{7}{3}$.