

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\left(4 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{8}{15} = 2$.
- 5p 2. Határozd meg az m valós számot úgy, hogy az $A(1,5)$ pont rajta legyen az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + m$ függvény grafikus képén!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmazból véletlenszerűen kiválasztott n számra érvényes legyen az $(n-2)(n-4) = 0$ egyenlőség!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $M(0,3)$, $N(4,3)$ és $P(4,0)$ pontok. Számítsd ki az MNP háromszög területét!
- 5p 6. Igazold, hogy $\sin^2 120^\circ - \cos^2 30^\circ = 0$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = -13$.
- 5p b) Igazold, hogy $A \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -10 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Határozd meg azokat az x valós számokat, amelyekre $\det(B \cdot B - xI_2) = 0$, ahol $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Adott az $f = X^3 + 3X^2 - X - 3$ polinom.
- 5p a) Igazold, hogy $f(1) = 0$.
- 5p b) Határozd meg az f polinomnak az $X - 2$ polinommal való osztási hányadosát és maradékát!
- 5p c) Igazold, hogy $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$, ahol x_1, x_2 és x_3 az f polinom gyökei!

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 6(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Igazold, hogy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0$.
- 5p c) Igazold, hogy $0 \leq f(x) \leq 8$, bármely $x \in [-1, 1]$ esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 5x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 (f(x) - 5x) dx = \frac{1}{3}$.
- 5p b) Igazold, hogy az $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 2017$ függvény az f függvénynek egy primitív függvénye!
- 5p c) Igazold, hogy a $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ függvénynek az Ox tengely körüli forgatásából kapott test térfogata $\frac{127\pi}{3}$.