

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $30 \cdot \left(\frac{1}{3} - 0,3\right) = 1$.
- 5p 2. Legyenek x_1 és x_2 , az $x^2 - x + a = 0$ egyenlet megoldásai, ahol a valós szám. Határozd meg az a valós szám azon értékeit, amelyekre $x_1 x_2 - 1 < 0$.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $3^{x+1} = 9^x$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott kétjegyű természetes számban a egyesek helyén szereplő számjegy 3 legyen!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(-1, -1)$ és $B(4, 4)$ pontok. Igazold, hogy az A , O és B pontok kollineárisak!
- 5p 6. Igazold, hogy $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x = 1$ bármely x valós szám esetén!

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = 16$.
- 5p b) Határozd meg azt az a valós számot, amelyre $A \cdot B = aI_2$.
- 5p c) Igazold, hogy $\det \left(xA + \frac{1}{x}B\right) \geq 49$, bármely nullától különböző x valós szám esetén!
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = 5xy + 15(x + y) + 42$ asszociatív műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy $(-2) \circ (-2) = 2$.
- 5p b) Igazold, hogy $x \circ y = 5(x + 3)(y + 3) - 3$, bármely x és y valós számok esetén!
- 5p c) Határozd meg azt az x valós számot, amelyre $(x - 3) \circ (x - 3) \circ (x - 3) = 197$.

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 2)e^x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = (x - 1)e^x$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Igazold, hogy $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.
- 5p c) Igazold, hogy $-e \leq f(x) \leq 0$, bármely $x \in (-\infty, 2]$ szám esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 1$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_{-1}^1 (f(x) - 1) dx = 2$.
- 5p b) Igazold, hogy az f függvény bármely primitív függvénye növekvő az \mathbb{R} halmazon!
- 5p c) Számítsd ki az $\int_1^e f(x) \ln x dx$ értéket!