

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR – Írd a vizsgalapra a helyes válasznak megfelelő betűt!

(30 pont)

- 5p 1. Az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány első három tagjának összege 333. A haladvány második tagja:
A. 30 B. 111 C. 222 D. 333
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 5$ függvény. Az $(f \circ f)\left(\frac{10}{9}\right)$ érték:
A. -10 B. $-\frac{5}{3}$ C. 0 D. $\frac{10}{9}$
- 5p 3. A $2 \log_2(x+1) - \log_2(x+2) = \log_{\frac{1}{3}} 3$ egyenlet megoldásainak halmaza:
A. $\left\{-\frac{3}{2}, 0\right\}$ B. $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ C. $\{0\}$ D. $\left\{0, \frac{3}{2}\right\}$
- 5p 4. A kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott számnak legyen legalább egy páros számjegye:
A. $\frac{5}{18}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{13}{18}$
- 5p 5. Az xOy koordináta-rendszerben egy háromszög oldalainak tartóegyenesei a $d_1: y = -2x$, $d_2: y = 2x$ és $d_3: x = 2$ egyenletű egyenesek. A háromszög kerülete:
A. $4(2 + \sqrt{5})$ B. 24 C. $6\sqrt{5}$ D. $4(3 + \sqrt{5})$
- 5p 6. Adott az $E(x) = \sin x - \cos x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$ kifejezés, ahol x valós szám. Bármely valós x szám esetén az $E(x)$ kifejezés egyenlő:
A. 0 B. $2 \cos x$ C. $2 \sin x$ D. 1

II. FELADATSOR – Írd a vizsgalapra a feladatok részletes megoldását!

(30 pont)

1. Adott a $D(a,b) = \begin{vmatrix} a & 2b & 1 \\ a & a & b \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ determináns, ahol a és b valós számok.
- 5p a) Számítsd ki $D(0,1)$ értékét!
- 5p b) Igazold, hogy $D(a,1) \geq 0$, bármely a valós szám esetén!
- 5p c) Ha m és n páratlan egész számok, bizonyítsd be, hogy $D(m,n) \neq 0$.
2. Adottak az $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & -x \\ 1 & 0 & 1 \\ -x & 1 & x \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $A(-x) + A(x) = 2A(0)$, bármely x valós szám esetén!
- 5p b) Igazold, hogy $\det(A(x)A(y) - A(2xy)) = 0$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p c) Határozd meg az m valós számot, ha $A(1)A\left(\frac{1}{2}\right) + A(2)A\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + A(2019)A\left(\frac{1}{4038}\right) = mI_3$.

III. FELADATSOR – Írd a vizsgalapa a feladatok részletes megoldását!

(30 pont)

1. Adott az $f : (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ függvény.

5p a) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ határértéket!

5p b) Adott az $(a_n)_{n \geq 1}$ sorozat, ahol $a_n = f(n)$. Igazold, hogy az $(a_n)_{n \geq 1}$ sorozat korlátos!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\sqrt{f(n)} - 1)$ határértéket!

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} a + \frac{\sin x}{x}, & x \in (-\infty, 0) \\ \sqrt{x^2 + 2x}, & x \in [0, +\infty) \end{cases}$ függvény, ahol a valós szám.

5p a) Határozd meg az a valós számot úgy, hogy az f függvény folytonos legyen \mathbb{R} -en!

5p b) $a = 1$ esetén határozd meg az f függvény grafikus képéhez tartozó vízszintes aszimptota egyenletét a $-\infty$ felé!

5p c) Igazold, hogy bármely a valós szám esetén az $f(x) = |a|$ egyenletnek van legalább egy megoldása!