

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{13}{5} = 1$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$ függvény. Határozd meg az m valós számot tudva azt, hogy $f(m+1) = m$.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_7(2x+3) = \log_7 9$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ halmazból véletlenszerűen kiválasztott szám a 3 többszöröse legyen!
- 5p 5. Az xOy koordináta-rendszerben adottak az $M(4,1)$, $N(1,5)$ és $P(4,5)$ pontok. Számítsd ki az MNP háromszög területét!
- 5p 6. Igazold, hogy $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin 60^\circ + \sin^2 45^\circ = 1$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ és $M(a) = \begin{pmatrix} 1+a & -a \\ a & 1-a \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol a valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = -2$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy $M(a) \cdot M(b) = M(a+b)$, bármely a és b valós szám esetén!
- 5p c) Határozd meg az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, amelyre $M(1) \cdot X \cdot M(2) = A$.
- 2 Adott az $f = 2X^3 - 4X^2 + 4X - 3$ polinom.
- 5p a) Igazold, hogy $f(0) = -3$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy az $a = \frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} + \frac{3}{x_3}$ szám természetes, ahol x_1 , x_2 és x_3 az f polinom gyökei!
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy az f polinom **nem** minden gyöke valós!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^6 + 5}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = \frac{5(1-x^3)(1+x^3)}{(x^6+5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képének $x=0$ abszcisszájú pontjában az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p c) Határozd meg az f függvény képeinek halmazát!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = -\frac{1}{2}$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy az $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (x-2)e^x + 2019$ függvény, f -nek egy primitív függvénye!
- 5p c) Számítsd ki $\int_0^1 f^2(x) f'(x) dx$.