Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, litera corespunzătoare răspunsului corect. (40 de puncte)

4p **1.** Rezultatul calculului $3,4\cdot 10+660:10$ este:
A. $69,4$ **B.** 100 **C.** 694 **D.** 1000

4p **2.** Se consideră progresia aritmetică $\left(a_n\right)_{n\geq 1}$ cu $a_1=1$ și $a_2=3$. Suma primilor patru termeni ai acestei progresii este egală cu:
A. 5 **B.** 7 **C.** 16 **D.** 17

4p **3.** Știind că $i^2=-1$, numărul $a=\left(\frac{1}{1-i}-\frac{1}{1+i}\right)^2$ este egal cu:
A. -1 **B.** $-i$ **C.** i **D.** 1

4p **4.** Cel mai mare număr întreg m pentru care soluțiile ecuației $x^2-7x+m=0$ sunt numere reale este egal cu:
A. 11 **B.** 12 **C.** $\frac{49}{4}$ **D.** 13

4p **5.** Numărul real a pentru care $3^a+3^{a+1}+3^{a+2}=117$ este egal cu:
A. 9 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

4p **6.** Dacă mulțimea M are exact 36 de submulțimi cu două elemente, atunci numărul de elemente ale mulțimii M este egal cu:
A. 8 **B.** 9 **C.** 18 **D.** 36

4p **7.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,1)$, $B(3,-3)$ și $C(3,0)$. Ecuaţia medianei din C a triunghiului ABC este:
A. $y=x-2$ **B.** $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ **C.** $y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ **D.** $y=x-3$

4p **8.** Numărul real $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ pentru care $\cos x\sin(\pi-x)-\sin x\cos(\pi+x)=1$, este egal cu:
A. $\frac{\pi}{4}$ **B.** $\frac{\pi}{3}$ **C.** $\frac{\pi}{2}$ **D.** $\frac{5\pi}{4}$

4p **9.** Știind că determinantul matricei $M=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ -1 & m & -1\\ 0 & 1 & 3\end{pmatrix}$ este egal cu 3, numărul m este egal cu:
A. 6 **B.** 3 **C.** 0 **D.** -3

4p **10.** Se consideră polinomul $f=X^3-7X^2+aX+6$. Știind că polinomul f este divizibil cu $X-1$, numărul real a este egal cu:
A. 7 **B.** 6 **C.** 1 **D.** 0

SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (20 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}2 & a & 1\\ 3 & 2a-1 & 1\\ a-3 & a & 1\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}2x+ay+z=1\\ 3x+(2a-1)y+z=1\\ (a-3)x+ay+z=2a-1\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(A(a)\right)=0$.

5p **b)** Pentru $a=1$, determinați soluțiile (x_0, y_0, z_0) ale sistemului pentru care $x_0^2 = y_0 z_0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 5(x-1)(y-1)+1$.

5p **a)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x * x * x < 26$.

5p **b)** Determinați numărul natural nenul n pentru care $\frac{1}{n^2} * \frac{1}{(n+1)^2} * \frac{1}{(n+2)^2} = -19$.

SUBIECTUL al III-lea –- Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x-\frac{2(x-1)}{x}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-2}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcţiei f este perpendiculară pe dreapta de ecuație $y=x$.

5p **c)** Demonstrați că $f\left(\frac{\pi}{2}\right)<0$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+1$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^3 f(x)\,dx=12$.

5p **b)** Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{x}{f(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Demonstrați că există un unic număr real x pentru care $\int_0^x e^{f(t)}\,dt=x$.