

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Igazold, hogy $\sqrt{96} \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{1}{\sqrt{6}} \right) = 2$.
- 5p** 2. Adottak az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 1$ függvények. Határozd meg az n természetes számot, amelyre $f(n) \cdot g(n) = 0$.
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $3^{2x+5} = 3^{6x-3}$ egyenletet!
- 5p** 4. Határozd meg annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám tízesek számjegye az egyesek számjegyének kétszerese legyen!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta rendszerben adottak az $A(1,3)$, $B(3,5)$ és $C(0,a)$ nem kollineáris pontok, ahol a valós szám. Határozd meg az a valós számot tudva azt, hogy az ABC háromszög derékszögű A -ban!
- 5p** 6. Igazold, hogy $\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ + \sin 30^\circ - 4 \sin^2 30^\circ = 1$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

A valós számok halmazán értelmezett az $x \circ y = -xy + 4x + 4y - 12$ asszociatív művelet.

- 5p** 1. Igazold, hogy $2 \circ 3 = 2$.
- 5p** 2. Igazold, hogy a „ \circ ” művelet kommutatív!
- 5p** 3. Bizonyítsd be, hogy $x \circ y = -(x-4)(y-4) + 4$, bármely x és y valós számok esetén!
- 5p** 4. Bizonyítsd be, hogy $x \circ 4 = 4$, bármely x valós szám esetén!
- 5p** 5. Határozd meg az x valós számokat, amelyekre $x \circ x = x$.
- 5p** 6. Adott az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány, amelyben $a_1 = -5$ és az állandó különbség $r = 3$. Igazold, hogy $a_1 \circ a_2 \circ a_3 \circ a_4 = 4$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x valós szám.

- 5p** 1. Igazold, hogy $\det A = 3$.
- 5p** 2. Igazold, hogy $B(1) + B(3) = 2B(2)$.
- 5p** 3. Igazold, hogy $\det(B(x)) = 1$, bármely x valós szám esetén!
- 5p** 4. Igazold, hogy $B(x) \cdot B(y) = B(x+y)$, bármely x és y valós számok esetén!
- 5p** 5. Határozd meg az x valós számot, amelyre $A \cdot B(x) = B(x) \cdot A$.
- 5p** 6. Határozd meg az (m, n) természetes számpárokat, amelyekre $B(2^m) \cdot B(2^n) = B(2^{m+n} - 2)$.