

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELEDATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Határozza meg az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány a_3 tagját, ha $a_1 = 4$ és az állandó különbség $r = 5$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x - 1$ függvény. Igazolja, hogy $f(0) = f(1)$.
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\log_4(3x+4) = \log_4 16$ egyenletet!
- 5p 4. Egy termék ára egy 25%-os áremelés után 350 lej. Határozza meg a termék áremelés előtti árát!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adott az $A(-4,1)$ és a $B(a,b)$ pont, ahol a és b valós számok. Határozza meg az a és b valós számokat tudva azt, hogy az O pont az AB szakasz felezőpontja!
- 5p 6. Adott az A -ban derékszögű ABC egyenlő szárú háromszög. Tudva azt, hogy az ABC háromszög területe 8, határozza meg az AB oldal hosszát!

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ és a $B(x) = \begin{pmatrix} x & -2x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy $\det A = 3$.
- 5p b) Igazolja, hogy $3B(2) + B(6) = 4B(3)$.
- 5p c) Határozza meg az x valós számot, amelyre $(B(-x) - B(x)) \cdot (B(-x) + B(x)) = A + B(3)$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = 3x + 4y - 25$ műveletet.
- 5p a) Igazolja, hogy $3 \circ 4 = 0$.
- 5p b) Határozza meg azt az x valós számot, amelyre $(2x) \circ x = 5$.
- 5p c) Határozza meg azokat az m egész számokat, amelyekre teljesül az $m^2 \circ 1 \geq 1 \circ m^2$ egyenlőtlenség!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{3x+1}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{2}{(3x+1)^2}$, $x \in \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$.
- 5p b) Határozza meg az f függvény grafikus képe vízszintes asszimptotájának egyenletét a $+\infty$ felé!
- 5p c) Igazolja, hogy az f függvény konkáv!
2. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + \ln x - 1$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $\int_1^4 (f(x) - \ln x + 1) dx = 21$.
- 5p b) Igazolja, hogy $\int_2^4 \frac{x}{f(x) - \ln x} dx = \frac{1}{2} \ln 5$.
- 5p c) Határozza meg azt az $a \in (1, +\infty)$ számot, amelyre $\int_1^a \frac{f(x)}{x^2} dx = \frac{a - \ln a}{a}$.