

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Varianta 7

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazolja, hogy  $1 + 6 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 6$ .
- 5p 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 2$  függvény. Igazolja, hogy  $f(3) - f(2) = 1$ .
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a  $\sqrt{3x+1} = 2$  egyenletet!
- 5p 4. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  halmazból véletlenszerűen kiválasztott  $n$  szám esetén a  $10 - n$  szám páros legyen!
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(a, 0)$  és  $B(a, 6)$  pontok, ahol  $a$  valós szám. Igazolja, hogy  $AB = 6$ , bármely  $a$  valós szám esetén!
- 5p 6. Adott az  $ABC$ ,  $A$ -ban derékszögű háromszög, amelyben  $AB = 5$  és  $AC = 2AB$ . Igazolja, hogy az  $ABC$  területe egyenlő 25.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  és  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrixok.
- 5p a) Igazolja, hogy  $\det A = -2$ .
- 5p b) Igazolja, hogy  $A - 4I_2 = 3B$ .
- 5p c) Határozza meg azt az  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrixot, amelyre  $X + X \cdot B = A$ .
2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x * y = xy(x + y - 4)$  műveletet.
- 5p a) Igazolja, hogy  $2 * 3 = 6$ .
- 5p b) Határozza meg azokat az  $x$  valós számokat, amelyekre  $1 * x = 4$ .
- 5p c) Határozza meg azt az  $x$  valós számot, amelyre  $2^x * 2^x = 2^{3x}$ .

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 3$  függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy  $f'(x) = 3x(x - 6)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Határozza meg az  $f$  függvény monotonitási intervallumait!
- 5p c) Igazolja, hogy  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{3f(x) - x f'(x)} = \frac{2}{3}$ .
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x - 1)e^x$  függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy  $\int_0^2 \frac{f(x)}{e^x} dx = 0$ .
- 5p b) Igazolja, hogy  $\int_0^1 f(x) dx = 2 - e$ .
- 5p c) Határozza meg azt az  $n$ ,  $n > 2$  természetes számot, amelyre  $\int_2^n \frac{x}{f(x) \cdot f(-x)} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{8}$ .