

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{tehnologic}}$

Simulare

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Határozza meg az  $(a_n)_{n \geq 1}$  számtani haladvány  $a_1$  tagját, tudva azt, hogy  $a_3 = 6$  és  $a_4 = 9$ .
- 5p** 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x - 3$  és a  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x - 3$  függvény. Határozza meg azokat az  $a$  valós számokat, amelyekre  $f(a) = g(a)$ .
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a  $\log_3(x+3) = 2$  egyenletet!
- 5p** 4. Egy 30%-os áremelés következtében egy termék ára 60 lejjel nőtt. Határozza meg a termék drágítás utáni árát!
- 5p** 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adott az  $A(-4,1)$  és a  $B(2,3)$  pont valamint az  $y = 2x + a$  egyenletű  $d$  egyenes, ahol  $a$  valós szám. Határozza meg az  $a$  valós számot tudva azt, hogy az  $AB$  szakasz felezőpontja rajta van a  $d$  egyenesen!
- 5p** 6. Az  $ABC$  háromszögben  $AB = AC$ ,  $BC = 12$  és a  $B$  szög mértéke  $45^\circ$ . Igazolja, hogy az  $ABC$  háromszög területe egyenlő 36-tal!

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az  $A(x) = \begin{pmatrix} x & x \\ 1 & 2x+1 \end{pmatrix}$  mátrix, ahol  $x$  valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\det(A(0)) = 0$ .
- 5p** b) Határozza meg azt az  $a$  valós számot, amelyre teljesül a  $2A(4) + A(-2) = aA(2)$  egyenlőség!
- 5p** c) Igazolja, hogy ha  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  úgy, hogy  $X \cdot A(1) = A(m)$ , ahol  $m$  egész szám, akkor az  $X$  mátrix minden eleme egész szám!
2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x * y = (x + y)(x - 1)(y - 1) + 1$  műveletet.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $2 * 1 = 1$ .
- 5p** b) Igazolja, hogy a „\*” művelet kommutatív!
- 5p** c) Határozza meg az  $n$  természetes számokat, amelyekre  $n * (1 - n) \geq n^2$ .

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+3}{x^2} + \ln x$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^3}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Határozza meg az  $f$  függvény grafikus képének  $x = 1$  abszcisszájú pontjában, az  $f$  függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p** c) Bizonyítsa be, hogy  $\ln \frac{x}{3} \geq \frac{2}{3} - \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}$ , bármely  $x \in (0, +\infty)$  esetén!
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + \frac{e^x}{2} + 1$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\int_0^2 \left( f(x) - \frac{e^x}{2} \right) dx = 4$ .

**5p** b) Igazolja, hogy  $\int_0^1 2x(f(x)-1)dx = \frac{5}{3}$ .

**5p** c) Határozza meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $\int_{-1}^0 (f(x)-x) \cdot f(x) dx = \frac{(3e+1)(3e+a)}{8e^2}$ .