

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M\_șt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul  $a_1$  al progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_3 = 19$  și  $a_4 = 25$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + a$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$ , știind că  $f(2) = 8$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $5^{2-x} - \frac{1}{625} \cdot 25^x = 0$ .
- 5p** 4. Determinați câte submulțimi cu două elemente are mulțimea  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,2)$ ,  $B(2,0)$  și  $C(8,2)$ . Determinați lungimea segmentului  $DE$ , unde punctele  $D$  și  $E$  sunt mijloacele segmentelor  $OA$ , respectiv  $BC$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $AB = 6$  și  $B = \frac{\pi}{6}$ . Arătați că raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$  este egală cu  $2\sqrt{3}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$  și  $M(a) = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 2-2a & 2-a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 2$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $M(2) \cdot A = xM(1)$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $(M(a) - 2I_2) \cdot M(a) = (a+2)I_2$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = (x-6)(y-6) + 6$ .
- 5p** a) Arătați că  $9 \circ 8 = 12$ .
- 5p** b) Arătați că  $e = 7$  este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p** c) Determinați numerele reale nenule  $x$  pentru care  $x \circ \frac{6}{x} = 6x$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 - 5)\sqrt{x}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{5(x-1)(x+1)}{2\sqrt{x}}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{x\sqrt{x}} = \frac{5}{2}$ .
- 5p** c) Arătați că  $f(x+2) - f(x) \leq 26$ , pentru orice  $x \in (0, 2]$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 4 \ln x$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^2 (f(x) - 4 \ln x) dx = \frac{7}{3}$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_1^e \frac{f(x) - x^2}{x} dx = 2$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $m$  pentru care  $\int_1^2 (f(x)f''(x) + (f'(x))^2) dx = m(f(2) - f(1))$ .