

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix.

5p a) Számítsd ki az A mátrix rangját!

5p b) Igazold, hogy $\det(A^t \cdot A) = 0$, ahol A^t az A mátrix transzponáltja!

5p c) Határozz meg egy $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{Q})$ zérusmátrixtól különböző mátrixot úgy, hogy teljesüljön az $AB = O_2$ egyenlőség!

2. Ismertnek tekintjük, hogy a (G, \circ) struktúra csoport, ahol $G = (3, \infty)$ és $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$. Adott az $f : (0, \infty) \rightarrow G$, $f(x) = x + 3$ függvény.

5p a) Számítsd ki $4 \circ 5 \circ 6$ értékét!

5p b) Igazold, hogy az f függvény a $((0, \infty), \cdot)$ és a (G, \circ) csoportok közötti izomorfizmus!

5p c) Ha H egy olyan részhalmaza a G -nek, amely tartalmazza az összes $k \geq 4$ természetes számot, igazold, hogy a H halmaz tartalmazza az összes $q > 3$ racionális számot!