

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $A(0, 6)$ ,  $B(1, 4)$ ,  $C(-1, 8)$  pontok és az  $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & a \\ 6 & 4 & 8 & b \end{pmatrix}$  mátrix,  $a, b \in \mathbb{R}$ .

**5p** a) Igazold, hogy az  $A, B, C$  pontok kollineárisak!

**5p** b) Határozd meg az  $M$  mátrix rangját, ha  $a = 3$  és  $b = 0$ .

**5p** c) Igazold, hogy ha az  $M$  mátrix utolsó oszlopát tartalmazó harmadrendű aldeterminánsok valamelyike nullával egyenlő, akkor  $\text{rang}(M) = 2$ !

2. A  $\mathbb{Z}$  halmazon értelmezzük az  $x * y = 5xy + 6x + 6y + 6$  műveletet.

**5p** a) Igazold, hogy a “\*” művelet asszociatív!

**5p** b) Határozd meg a  $\mathbb{Z}$  halmaznak a “\*” műveletre vonatkozó szimmetrizálható elemeit!

**5p** c) Oldd meg az  $\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{2009 \text{ darab } x} = -1$  egyenletet!