EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott a $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix} \in S_5$ permutáció.

5p **a)** Számítsd ki a σ^{2009} permutációt!

5p **b)** Adj egy példát olyan $\tau \in S_5$ permutációra, amelyre $\tau\sigma \neq e$ és $(\tau\sigma)^2 = e$.

5p **c)** Igazold, hogy bármely $\tau \in S_5$ permutáció esetén létezik $p \in \mathbb{N}^*$ úgy, hogy $\tau^p = e$.

2. Adott az $x^3 - 2x^2 + 2x - a = 0$, $a \in \mathbb{C}$ egyenlet, amelynek megoldásai x_1, x_2, $x_3 \in \mathbb{C}$, és a

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_3 & x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 & x_1 \end{vmatrix}$$ determináns.

5p **a)** Határozd meg az egyenlet x_1, x_2 és x_3 megoldásait, ha $a = 1$.

5p **b)** Igazold, hogy bármely $a \in \mathbb{R}$ esetén az egyenletnek egyetlen valós megoldása van!

5p **c)** Igazold, hogy a Δ determináns értéke független az a számtól!