

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrix.

5p a) Számítsd ki $\det(A)$ értékét!

5p b) Igazold, hogy $A^{2n} = \frac{2^{2n}-1}{3}A + \frac{2^{2n}+2}{3}I_3$, bármely $n \in \mathbb{N}^*$ esetén!

5p c) Számítsd ki az A^{-1} mátrixot!

2. Adott az $a \in \mathbb{R}$ és az $x^3 - x + a = 0$ egyenlet, amelynek gyökei az x_1, x_2, x_3 komplex számok.

5p a) Számítsd ki az $(x_1 + 1)(x_2 + 1)(x_3 + 1)$ szorzat értékét!

5p b) Ha $x_1 = 2$, számítsd ki az x_2 és x_3 gyököket!

5p c) Határozd meg az $a \in \mathbb{R}$ azon értékeit, amelyekre x_1, x_2, x_3 egész számok!