

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Legyen  $A(x_A, y_A)$ ,  $B(x_B, y_B)$ ,  $C(x_C, y_C)$  a sík három pontja és adott az

$$M = \begin{pmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \text{ mátrix.}$$

5p a) Ha az  $A, B, C$  pontok rajta vannak az  $y = 2x$  egyenesen, igazold, hogy  $\det(M) = 0$ .

5p b) Ha  $ABC$  egy derékszögű háromszög és befogóinak hossza 1, igazold, hogy  $\det(M) = \pm 1$ .

5p c) Ha az  $M$  mátrix invertálható, igazold, hogy az  $M^{-1}$  mátrix elemeinek összege 1.

2. Adott az  $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -3b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$  mátrixhalmaz.

5p a) Ha  $X \in A$  és  $Y \in A$ , igazold, hogy  $X + Y \in A$ .

5p b) Ha  $X \in A$ ,  $Y \in A$  és  $XY = O_2$ , igazold, hogy  $X = O_2$  vagy  $Y = O_2$ .

5p c) Ismertnek tekintjük azt, hogy az  $A$  halmaz a mátrixok összeadásával és szorzásával gyűrűt alkot. Határozd meg ezen gyűrű invertálható elemeit!