EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $\begin{cases} x-y+z=1 \\ x+y+z=3 \\ mx+y+z=3m \end{cases}$ egyenletrendszer, $m\in\mathbb{R}$.

Tetszőleges $m\in\mathbb{R}$ esetén legyen S_m a rendszer valós megoldásainak halmaza.

5p **a)** Határozd meg az $m\in\mathbb{R}$ azon értékeit, amelyekre a rendszernek egyetlen megoldása van!

5p **b)** Igazold, hogy bármely $m\in\mathbb{R}$ esetén a rendszer összeférhető!

5p **c)** Határozd meg: $\min\{x^2+y^2+z^2 \mid (x, y, z)\in S_1\}$.

2. Adottak az $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C=A\cdot B$ mátrixok és a

$G=\left\{ X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \,\middle|\, \det(X)=1 \right\}$ halmaz.

5p **a)** Igazold, hogy $A^4=B^6=I_2$.

5p **b)** Igazold, hogy $(G,\cdot)$ a komplex számokból álló invertálható másodrendű négyzetes mátrixok multiplikatív csoportjának egy részcsoportja!

5p **c)** Igazold, hogy $C^n\neq I_2$, bármely $n\in\mathbb{N}^*$ esetén!