

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} -3 & -8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ mátrixok.

5p a) Számítsd ki az $A^2 - B^2$ mátrixot!

5p b) Számítsd ki $\det(I_2 + A + A^2 + A^3 + A^4)$ értékét!

5p c) Igazold, hogy az $X^2 = I_2$ egyenletnek végtelen sok megoldása van az $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ halmazban!

2. Adottak az $f, g \in \mathbb{Q}[X]$ polinomok, az $f = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$ polinom gyökei

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C} \text{ és } g = X^2 - 1.$$

5p a) Határozd meg az f polinomnak a g polinommal való osztási maradékát!

5p b) Számítsd ki az $(1 - x_1) \cdot (1 - x_2) \cdot (1 - x_3) \cdot (1 - x_4)$ szorzat értékét!

5p c) Számítsd ki a $g(x_1) \cdot g(x_2) \cdot g(x_3) \cdot g(x_4)$ szorzat értékét!