

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az
$$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x - y + z + t = 0 \\ x + y - z + t = 0 \\ x + y + z - t = 0 \end{cases}$$
 egyenletrendszer és A a rendszer mátrixa.

5p a) Számítsd ki $\det(A)$ értékét!

5p b) Oldd meg az egyenletrendszert!

5p c) Számítsd ki az A^{-1} mátrixot!

2. Adott az $f = X^4 + 2X^3 + aX^2 - 2X + 1 \in \mathbb{R}[X]$ polinom, amelynek gyökei $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

5p a) Számítsd ki az $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ összeget!

5p b) Igazold, hogy $f(x) = x^2 \left[\left(x - \frac{1}{x} \right)^2 + 2 \left(x - \frac{1}{x} \right) + a + 2 \right]$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$ esetén!

5p c) Határozd meg azon $a \in \mathbb{R}$ értékeket, amelyekre az f polinom minden gyöke valós!