

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az 
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ ax + by + cz = 0 \\ a^3x + b^3y + c^3z = 1 \end{cases}$$
 egyenletrendszer,  $a, b, c \in \mathbb{R}$  páronként különböző számok és

$A$  a rendszer mátrixa.

**5p** a) Igazold, hogy  $\det(A) = (a+b+c)(c-b)(c-a)(b-a)$ .

**5p** b) Oldd meg a rendszert  $a+b+c \neq 0$  esetben!

**5p** c) Ha  $a+b+c=0$ , igazold, hogy a rendszer inkompatibilis!

2. Adott az  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $a_0 = 0$  és  $a_{n+1} = a_n^2 + 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sorozat és az

$f \in \mathbb{R}[X]$  polinom, amelyre  $f(0) = 0$  és  $f(x^2 + 1) = (f(x))^2 + 1$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  esetén.

**5p** a) Számítsd ki  $f(5)$  értékét!

**5p** b) Igazold, hogy  $\forall n \in \mathbb{N}$  esetén  $f(a_n) = a_n$ .

**5p** c) Igazold, hogy  $f = X$ .