

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. A harmadrendű permutációk S_3 halmazában adott a $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ permutáció.

5p a) Igazold, hogy σ páros permutáció!

5p b) Határozd meg az összes $x \in S_3$ permutációt, amelyekre $x\sigma = \sigma x$.

5p c) Oldd meg az $x^2 = \sigma$ egyenletet, ahol $x \in S_3$.

2. Adott az $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix és a $G = \{ X(a) = I_2 + aA \mid a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \}$ halmaz.

5p a) Igazold, hogy $\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ esetén $X(a)X(b) = X(ab + a + b)$.

5p b) Igazold, hogy (G, \cdot) kommutatív csoport, ahol a „ \cdot ” művelet a mátrixok szorzása!

5p c) Határozd meg $t \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy teljesüljön az $X(1)X(2)\dots X(2009) = X(t-1)$ egyenlőség!