

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrix.

5p a) Oldd meg a $\det(A - xI_2) = 0$ egyenletet!

5p b) Ha az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ mátrix teljesíti az $AX = XA$ egyenlőséget, igazold, hogy létezik $a, b \in \mathbb{C}$

úgy, hogy $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$.

5p c) Határozd meg, az $X^3 = A$, $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ egyenlet megoldásainak számát!

2. Adott a $G = \{ f_{a,b} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_{a,b}(x) = ax + b, a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R} \}$ függvényhalmaz.

5p a) Határozd meg az $f_{-1,2} \circ f_{-1,2}$ függvényt, ahol a „ \circ ” művelet a függvények összetétele!

5p b) Igazold, hogy a (G, \circ) struktúra csoport!

5p c) Igazold, hogy a G csoport végtelen sok másodrendű elemet tartalmaz!