

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  és az  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrixok, amelyekre  $A^2 = O_2$ .

5p a) Igazold, hogy  $a + d = 0$ .

5p b) Igazold, hogy az  $I_2 + A$  mátrix invertálható!

5p c) Igazold, hogy az  $AX = O_2$  egyenletnek végtelen sok megoldása van az  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  halmazban!

2. Adott az  $f = X^4 - 2X^2 + 9$  polinom, amelynek gyökei  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ , az  $a = \sqrt{2} + i$  szám, valamint az  $A = \{g(a) \mid g \in \mathbb{Q}[X]\}$  és  $B = \{h(a) \mid h \in \mathbb{Q}[X], \text{grad}(h) \leq 3\}$  halmazok.

5p a) Számítsd ki az  $f(a)$  értéket!

5p b) Számítsd ki a  $|x_1| + |x_2| + |x_3| + |x_4|$  összeget!

5p c) Igazold, hogy  $A = B$ .