

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} a & a+1 & a+2 \\ b & b+1 & b+2 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$  mátrix  $a, b \in \mathbb{R}$ .

5p a) Igazold, hogy  $\det(A) = (a-b)(a-1)$ .

5p b) Számítsd ki a  $\det(A - A^t)$  értéket!

5p c) Igazold, hogy  $\text{rang } A \geq 2, \forall a, b \in \mathbb{R}$  esetén!

2. Adott az  $f \in \mathbb{R}[X], f = X^3 + pX^2 + qX + r, p, q, r \in (0, \infty)$  polinom, amelynek gyökei  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ .

5p a) Igazold, hogy az  $f$  polinomnak nincs gyöke a  $[0, \infty)$  intervallumban!

5p b) Számítsd ki az  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$  összeg értékét  $p, q$  és  $r$  függvényében!

5p c) Ha  $a, b, c$  három olyan valós szám, amelyekre  $a + b + c < 0, ab + bc + ca > 0$  és  $abc < 0$ , igazold, hogy  $a, b, c \in (-\infty, 0)$ .