

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $\begin{cases} x+2y+z=1 \\ 2x-y+z=1 \\ 7x-y+az=b \end{cases}$ egyenletrendszer, ahol a és b valós paraméterek.

5p a) Határozd meg azon $a \in \mathbb{R}$ számot, amelyre a rendszer determinánsának értéke nulla!

5p b) Határozd meg az $a, b \in \mathbb{R}$ paraméterek azon értékeit, amelyekre a rendszer inkompatibilis!

5p c) Igazold, hogy végtelen sok olyan a és b szám létezik, amelyekre a rendszer (x, y, z) megoldása esetén az x, y, z számok egy számtani haladványt alkotnak!

2. Adott a $G = \left\{ X(t) = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix} \middle| t \in \mathbb{R} \right\}$ halmaz.

5p a) Igazold, hogy $X(t) \cdot X(u) = X(t+u)$, $\forall t, u \in \mathbb{R}$ esetén!

5p b) Ha $X(t) \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$, határozd meg a $t \in \mathbb{R}$ szám értékét!

5p c) Igazold, hogy a G halmaz a mátrixok szorzásával Ábel-féle csoportot alkot!