

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $a \in \mathbb{R}$ szám, az $\begin{cases} x + ay = 1 \\ y + az = a \\ z + x = 1 \end{cases}$ egyenletrendszer és A a rendszer mátrixa.

5p a) Igazold, hogy $\det(A) \neq 0$.

5p b) Igazold, hogy az egyenletrendszer megoldásában három, mértani haladványt alkotó szám szerepel!

5p c) Határozd meg az A mátrix inverzét!

2. Adott az \mathbb{R} -en az $x * y = xy - 5x - 5y + 30$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$ művelet és a $G = (5, \infty)$ halmaz.

5p a) Igazold, hogy "*" műveletnek van semleges eleme!

5p b) Igazold, hogy a G halmaz a "*" művelettel Ábel-féle csoportot alkot!

5p c) Oldd meg a $(G, *)$ csoportban az $\begin{cases} x * y = z \\ y * z = x \\ z * x = y \end{cases}$ egyenletrendszert!