

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$  mátrix, legyen  $A^t \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$  a transzponáltja,  $B = AA^t$  mátrix valamint a  $P_k(a_k, b_k)$ ,  $k \in \{1, 2, 3\}$  pontok.

5p a) Határozd meg a  $B$  mátrixot, ha  $P_1(1,2)$ ,  $P_2(2,4)$ ,  $P_3(-3,-6)$ .

5p b) Igazold, hogy  $\det(B) \geq 0$ , bármely  $P_1, P_2, P_3$  pont esetén!

5p c) Igazold, hogy  $\det(B) = 0$  akkor és csakis akkor, ha a  $P_1, P_2, P_3$  pontok egy olyan egyenesen helyezkednek el, amely átmegy a koordináta-rendszer kezdőpontján!

2. Adott az  $M = \left\{ \left( \begin{pmatrix} \hat{1} & a & b \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$  halmaz.

5p a) Határozd meg az  $M$  halmaz elemeinek a számát!

5p b) Igazold, hogy  $AB \in M$ ,  $\forall A, B \in M$  esetén!

5p c) Igazold, hogy az  $(M, \cdot)$  struktúra csoport, ahol a „ $\cdot$ ” művelet a mátrixok szorzása!