Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $\left(F_n\right)_{n\geq 0}$, $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$, $F_0 = 0, F_1 = 1$ sorozat és az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ mátrix.

5p **a)** Igazold, hogy $A^2 = A + I_2$.

5p **b)** Ha $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Q})$, $X \neq O_2$ és $AX = XA$, igazold, hogy az X mátrix invertálható!

5p **c)** Igazold, hogy $A^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix}, \forall n \geq 1$ esetén!

2. Adottak a $\sigma, \pi \in S_5$, $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$, $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ permutációk.

5p **a)** Igazold, hogy $\sigma\pi \neq \pi\sigma$.

5p **b)** Határozd meg a $H = \{\pi^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$ halmaz elemeinek számát!

5p **c)** Igazold, hogy $H = \{\pi^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$ részcsoportja az $(S_5, \cdot)$ csoportnak!