

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott a $\sigma \in S_6$, $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ permutáció.

5p a) Határozd meg a σ^{-1} permutációt!

5p b) Igazold, hogy a σ és a σ^{-1} permutációk inverzióinak száma megegyezik!

5p c) Igazold, hogy az $x^4 = \sigma$ egyenletnek az (S_6, \cdot) csoportban nincs megoldása!

2. \mathbb{R} -en értelmezzük a “ \circ ” műveletet a következőképpen: $x \circ y = xy - x - y + 2$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$ függvény.

5p a) Igazold, hogy az $(1, \infty)$ zárt a „ \circ ” műveletre vonatkozóan!

5p b) Igazold, hogy $f(xy) = f(x) \circ f(y)$ bármely $x, y \in \mathbb{R}$ esetén!

5p c) Ha a „ \circ ” művelet asszociatív, oldd meg az \mathbb{R} halmazon az $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{10 \text{ darab } x} = 1025$ egyenletet!