

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott a $G = \left\{ M_{a,b} \mid M_{a,b} = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ halmaz.

5p a) Igazold, hogy $M_{a,b} \cdot M_{c,d} = M_{a+c,b+d}$, $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$ esetén!

5p b) Igazold, hogy a G halmaz bármely mátrixa invertálható!

5p c) Számítsd ki a és b függvényében az $M_{a,b} - M_{a,b}^t$ mátrix rangját!

($M_{a,b}^t$ az $M_{a,b}$ mátrix transzponáltja)

2. Adott a (K, \cdot) csoport, $K = \{e, a, b, c\}$, e a csoport semleges eleme és $a^2 = b^2 = c^2 = e$.

5p a) Oldd meg a K csoportban az $x^3 = e$ egyenletet!

5p b) Igazold, hogy $ab = c$.

5p c) Igazold, hogy a (K, \cdot) csoport nem izomorf a $(\mathbb{Z}_4, +)$ csoporttal!