

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adottak a $P = \{S \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid S^t = S\}$ és a $Q = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A^t = -A\}$ halmazok.

5p a) Igazold, hogy $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \in P$ és $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \in Q$.

5p b) Ha $A, B \in Q$, igazold, hogy $AB \in P$.

5p c) Igazold, hogy $\det(X) \geq 0$, bármely $X \in Q$ mátrix esetén!

2. Adottak az $f = X^3 + 2X^2 + 3X + 45 \in \mathbb{Z}[X]$ és $\hat{f} = X^3 + X + \hat{1} \in \mathbb{Z}_2[X]$ polinomok.

5p a) Igazold, hogy az f polinom gyökei nem mind valósak!

5p b) Igazold, hogy az \hat{f} polinomnak nincs gyöke a \mathbb{Z}_2 halmazban!

5p c) Igazold, hogy az f polinom nem írható fel két, nem állandó, egész együtthatós polinom szorzataként!